Primer Encuentro Nacional de Ecuaciones Diferenciales ENED 2006

La Falda - Córdoba

Noviembre 13 – 17 2006

Libro de Resúmenes

Indice

- Cursos
  1. Manuel Elgueta, *Difusión no local* 1
  2. Julio D. Rossi, *El problema del transporte de masa* 2
  3. Esteban Tabak, *Ecuaciones diferenciales en la atmósfera y el océano* 3
- Conferencias Panorámicas
  1. Javier Etcheverry, *Algunos problemas de ecuaciones en derivadas en la industria del acero* 7
  2. Tomás Godoy, *Autovalores principales y problemas semilineales* 8
  3. André Nachbin, *Ondas y problemas en múltiples escalas* 9
  4. Noemí Wolanski, *Algunos resultados sobre el problema de frontera libre de Bernoulli* 10
- Conferencias Invitadas
  1. Pablo Amster, *Extensión de algunos resultados clásicos a ecuaciones en time scales* 13
  2. Laura Aragone, *Soluciones en sentido de la viscosidad para ecuaciones de Hamilton–Jacobi–Bellman* 14
  3. Pablo De Nápoli, *Problemas resonantes para ecuaciones diferenciales* 15
  4. Uriel Kaufmann, *Problemas elípticos o parabólicos periódicos con parte no lineal de signo indefinido* 16
  5. Juan Pablo Pinasco, *Cotas y estimaciones para autovalores de sistemas elípticos no lineales* 17
  6. Diego Rial, *Un problema sobredeterminado no resonante* 18
  7. Rubén Spies, *Well-posedness, stability and numerical results for the thermoelastic behavior of a coupled joint-beam PDE-ODE system modelling the transverse motions of the antennas of the James Webb "Gossamer" Telescope* 19
  8. Germán Torres, *Algoritmos de filtrado para problemas de gran escala* 20
- Comunicaciones
  1. Andrés Barrea, *Un modelo matemático para control de crecimiento tumoral* 23
  2. Juan Carlos Barreto, *Ecuaciones de Bernoulli con delay* 24
  3. Mauricio Bogoya, *Sobre un problema de difusión no lineal* 25
  4. Juan Pablo Borgna, *Método seudoespectral de Hermite en la solución de la ecuación de Gross-Pitaevskii* 26

5. Mariano De Leo, *Un método de splitting para una ecuación de Schroedinger-Poisson* . . . 27
6. Leandro Del Pezzo, *Un problema de optimización para el primer autovalor de Steklov de un problema no lineal* . . . 28
7. Omar Faure, *Potencial de capa simple, capacidad logarítmica y transformaciones conformes* . . . 29
8. Marcos Gaudiano, *Sobre el comportamiento asintótico en el problema de frontera libre de la difusión de solvente en polímero vidrioso* . . . 30
9. Valeria Yanina Gónzalez, *El espectro de la carga en la ecuación de Schroedinger* 31
10. Griselda Ruth Itovich, *Una metodología en el dominio frecuencia para el análisis de degeneraciones de Hopf complejas* . . . 32
11. Sandra Martínez, *Problemas de frontera libre en espacios de Orlicz* . . . 33
12. Jorge Martínez Fernández, *Cálculo de los exponentes de Lyapunov* . . . 34
13. Mayte Pérez Llanos, *Conjuntos de explosión para una ecuación doblemente no lineal* . . . 35
14. Ricardo Pignol, *Formación de patrones en copolímeros bloque* . . . 36
15. María Isabel Romero, *Ejemplos de formación de cáusticas para las ondas de agua* . . . 37
16. Nicolás Saintier, *Un problema de diseño óptimo para la inmersión crítica de trazas en dominios con agujeros* . . . 38
17. Carola Schoenlieb, *El comportamiento del agujero óptimo en el problema de autovalores de Steklov en dominios chatos* . . . 39
18. Gabriel Soto, *Long-term plasticity in primary auditory cortex: A computational model* . . . 40
19. Federico Tournier, *Funciones convexas en el grupo de Heisenberg* . . . 41
20. Carlos Zuppa, *Autovalores de Steklov y espacios de trazas para operadores elpticos de mayor orden* . . . 42

Cursos

Difusión no local

Manuel Elgueta

Manuel Elgueta
Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile.
melgueta@mat.puc.cl

El problema del transporte de masa

Julio D. Rossi

1. El problema de transporte de masas. Su relajación. Dualidad de Kantorovich en el espacio de medidas.
2. Geometría del transporte óptimo. Ejemplos.
3. El teorema de factorización polar de Brennier.
4. Desigualdades usando transporte.
5. Distancias de Monge-Kantorovich.
6. Relacion con ecuaciones en derivadas parciales. Operadores relacionados. El infinito laplaciano.

Referencias

[1] L. C. Evans, *Applications of PDE methods to Monge-Kantorovich mass transfer problems.* (NOTAS A SEGUIR) Disponibles en la página web del autor: http://math.berkeley.edu/∼evans
[2] L. Ambrosio, *Lecture Notes on Optimal Transport Problems*, CVGMT preprint server.
[3] C. Villani, *Topics in Optimal Transportation.* American Mathematical Society . Graduate Studied in Mathematics. vol. 58 (2003).

Julio D. Rossi
Universidad de Buenos Aires, Argentina.
jdrossi@dm.uba.ar

Ecuaciones diferenciales en la atmósfera y el océano.

Esteban Tabak

En este curso estudiaremos modelos matemáticos de la dinámica de la atmósfera y el océano. El objetivo es entender los principios básicos que gobiernan el comportamiento de vientos y corrientes, enfatizando aspectos que dan lugar a problemas abiertos que involucran ecuaciones diferenciales.

Referencias

[1] Benoit Cushman-Roisin, *Introduction to Geophysical Fluid Dynamics*, Prentice-Hall.
[2] Adrian E. Gill, *Atmosphere-Ocean Dynamics*, Academic Press.
[3] Joseph Pedlosky, *Geophysical Fluid Dynamics*, Springer-Verlag.
[4] Rick Salmon, *Lectures on Geophysical Fluid Dynamics*, Oxford University Press.

Esteban Tabak
New York University, USA.
tabak@courant.nyu.edu

ENED2006

1er Encuentro Nacional de Ecuaciones Diferenciales

Conferencias Panorámicas

Algunos problemas de ecuaciones en derivadas en la industria del acero.

Javier Etcheverry

La intención de esta charla es presentar algunos problemas que involucran ecuaciones en derivadas parciales en la industria del acero. Se intentará hacer una descripcin muy sumaria del origen físico de los mismos, y elaborar un poco las alternativas de modelado. Finalmente, plantearemos problemas interesantes para esos modelos, que puedan servir de base para buscar áreas de interacción entre la investigación académica y la aplicada.

Javier Etcheverry
Universidad de Buenos Aires & Techint, Argentina.
jetchev@dm.uba.ar

Autovalores principales y problemas semilineales.

Tomás Godoy

Tomás Godoy
Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.
godoy@mate.uncor.edu

Ondas y problemas en múltiples escalas.

André Nachbin

Presentaremos problemas relacionados con la propagación de ondas en medios heterogéneos donde la velocidad de propagación varía mucho.
Estos problemas son modelados por ecuaciones diferenciales parciales con coeficientes altamente variables. Estos problemas, en general, poseen múltiples escalas en su formulación. Por ejemplo la microescala de las heterogeneidades, la mesoescala relacionada con la onda, y la macroescala relacionada con la distancia total de propagación. Estas escalas pueden ser ordenadas por potencias de epsilon (un parámetro pequeño del problema adimensional).
Presentaremos algunos aspectos teóricos y computacionales para ilustrar la matemática involucrada en fascinantes problemas de investigación y de aplicación práctica.

André Nachbin
Instituto de Matemática Pura y Aplicada, Brasil.
nachbin@impa.br

Algunos resultados sobre el problema de frontera libre de Bernoulli.

Noemí Wolanski

Noemí Wolanski
Universidad de Buenos Aires, Argentina.
wolanski@dm.uba.ar

Conferencias Invitadas

Extension de algunos resultados clásicos a ecuaciones en time scales.

Pablo Amster

La teora de time-scales fue introducida en 1990 por S. Hilger con la intención de brindar un enfoque unificado del cálculo discreto y el cálculo continuo. A partir de entonces, diversos autores han estudiado la extensión de distintos resultados, tanto de ecuaciones diferenciales como de ecuaciones en diferencias al contexto de time scales.
En esta charla se presentará la generalización de algunos problemas de segundo orden con condiciones periódicas.

Pablo Amster
Universidad de Buenos Aires, Argentina.
pamster@dm.uba.ar

Soluciones en sentido de la viscosidad para una ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman

Laura Aragone

Dado, en el intervalo $[0,T]$, un sistema dinámico que evoluciona según

$$\begin{cases} y'(s) = f(s, y(s), \alpha(s))\,, & \forall\, t \leq s < T, \\ \\ y(t) = x, & x \in \mathrm{I\!R}^m, \end{cases}$$

Consideraremos el problema de hallar el mínimo de una función escalar, i.e.: dado el funcional

$$\begin{array}{rcl} J : [0,T] \times R^r \times \mathcal{A}(t,T) & \mapsto & \Re \\ (t, x, \alpha(\cdot)) & \mapsto & J(t, x, \alpha(\cdot)) = \text{ess sup} \left\{ f(s, y(s), \alpha(s)) : s \in [t, T) \right\}, \end{array}$$

donde α control pertenece a $\mathcal{A}(t,s) = \{\alpha : [t,s] \mapsto A \subset \Re^m : \alpha(\cdot) \text{ medible}\}$, el problema consiste en calcular el costo óptimo definido por

$$\begin{array}{rcl} V : [0,T] \times \Re^r & \mapsto & \Re \\ (t,x) & \mapsto & V(t,x) = \text{ínf} \left\{ J(t, x, \alpha(\cdot)) : \alpha(\cdot) \in \mathcal{A}(t,T) \right\}. \end{array}$$

Por medio del principio de la programación dinámica obtendremos una ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman para este problema. Como la función de costo óptimo V es solamente lipchitziana, demostraremos que es la única solución en sentido de la viscosidad de esta ecuación diferencial en derivadas parciales.

Laura Aragone
Universidad Nacional de Rosario, Argentina.
`laura@fceia.unr.edu.ar`

Problemas resonantes para ecuaciones diferenciales.

Pablo De Nápoli

Muchos problemas de análisis no lineal (tanto de ecuaciones ordinarias como en derivadas parciales), pueden escribirse en la forma

$$Lx = Nx,$$

donde L es un operado diferencial lineal, definido en algún espacio funcional adecuado, y N es un operador no lineal involucrando términos de orden menor. Si el operador L es inversible, puede ponerse como un problema de punto fijo, $x = L^{-1}Nx$.

El problema se denomina resonante cuando el operador L no es inversible. Un problema modelo es la búsqueda de soluciones periódicas para una ecuación ordinaria de segundo orden:

$$x''(t) + g(x(t)) = p(t).$$

En esta conferencia, presentaremos una introducción a la temática de los problemas resonates, desde la perspectiva de los métodos topológicos del análisis no lineal.

Presentaremos las clásicas condiciones de Landesman-Lazer (1970) para existencia de solución de problemas resonantes; y algunos resultados recientes acerca de sus generalizaciones a ecuaciones de orden superior y sistemas.

Pablo De Nápoli
Universidad de Buenos Aires, Argentina.
pdenapo@dm.uba.ar

Problemas elípticos o parabólicos periódicos con parte no lineal de signo indefinido.

Uriel Kaufmann

Sea Ω un dominio suave y acotado de $\mathbb{R}^N$. Damos condiciones suficientes (que son en muchos casos necesarias) sobre dos funciones no negativas $a(x,t)$ y $b(x,t)$ que son posiblemente discontinuas y no acotadas, para la existencia de soluciones no negativas a problemas (con condición de borde Dirichlet) parabólicos periódicos de la forma

$$Lu = \lambda a(x,t)u^p - b(x,t)u^q \qquad \text{en } \Omega,$$

donde $0 < p, q < 1$ y $\lambda > 0$ es un parámetro real. En algunos casos probamos además la existencia de soluciones u_λ en el interior del cono positivo y que u_λ se puede elegir tal que la asignacin $\lambda \mapsto u_\lambda$ sea diferenciable y creciente. Se da también un resultado de unicidad en el caso $p \leq q$. Todos los resultados son válidos para los correspondientes problemas elípticos. Por último, se muestran problemas abiertos relacionados.

Uriel Kaufmann
Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.
kaufmann@mate.uncor.edu

Cotas y estimaciones para autovalores de sistemas elípticos no lineales.

Juan Pablo Pinasco

En esta charla repasaremos brevemente distintos problemas de autovalores para sistemas de ecuaciones elípticas. Presentaremos cotas y estimaciones obtenidas para los autovalores de sistemas cuasilineales que involucran al $p-$laplaciano, como así también algunas generalizaciones y problemas abiertos.

Juan Pablo Pinasco
Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina.
`jpinasco@ungs.edu.ar`

Un problema sobredeterminado no resonante.

Diego Rial

Se estudia un problema ecuación elíptico sobredeterminada. Se demuestra un teorema de Serrin local para soluciones que cambian de signo.
La prueba del resultado se basa en probar una biyección entre la derivada normal de la solución y el dominio módulo transformaciones rígidas.

Diego Rial
Universidad de Buenos Aires, Argentina.
drial@dm.uba.ar

Well-posedness, stability and numerical results for the thermoelastic behavior of a coupled joint-beam PDE-ODE system modelling the transverse motions of the antennas of the James Webb "Gossamer" Telescope.

Rubén Spies

A mathematical model for combined axial and transverse motions of two beams with cylindrical cross-sections coupled through a joint, is developed and analyzed. The motivation for this problem comes from the need to accurately model damping and joint dynamics for the next generation of inflatable/rigidizable space structures.
Thermo-elastic damping is included in the two beams and the motions are coupled through a joint which includes an internal moment. Thermal response in each beam is modeled by two temperature fields. The first field describes the circumferentially averaged temperature along the beam, and is linked to the axial deformation of the beam. The second describes the circumferential variation and is coupled to transverse bending. The resulting equations of motion consist of four, second-order in time, partial differential equations, four, first-order in time, partial differential equations, four second order ordinary differential equations, and certain compatibility boundary conditions. The system is re-cast as an abstract differential equation in an appropriate Hilbert space, consisting of function spaces describing the distributed beam deflections, and temperature fields, and a finite-dimensional space that projects important features at the joint boundary.
Semigroup theory is used to prove the system is well-posed, and that with positive damping parameters the resulting semigroup is exponentially stable. Steady states are characterized and several numerical approximation results are presented.

Rubén Spies
Universidad Nacional del Litoral, Argentina.
`rspies@math.unl.edu.ar`

Algoritmos de filtrado para problemas de gran escala.

Germán Torres

La asimilación de datos es el proceso permanente de alimentar un modelo de predicción parcialmente desconocido con información disponible proveniente de observaciones con el objeto de corregir y mejorar los resultados modelados.
Una de las herramientas matemáticas más significativas para realizar una asimilación es el filtro de Kalman. El filtro de Kalman es esencialmente un conjunto de ecuaciones de tipo predictor-corrector que es óptimo en el sentido que minimiza la traza de la matriz de covarianza de los errores.
Existen diferentes versiones del filtro de Kalman que dependen del tipo de aplicación y la complejidad. Las versiones mas comunes son: Extended Kalman Filter (EKF), Ensemble Kalman Filter (EnKF) y sus versiones de rango reducido. Estas ltimas versiones cuentan con simplificaciones sobre el tamaño de las matrices que se utilizan para problemas de gran escala (alrededor de 10^6 variables). Estos filtros ya han sido aplicados a diferentes modelos, y en cada uno de los casos se ha notado que la mayor dificultad no proviene del algoritmo sino del código del modelo original, que debe tener cierta estructura para que el filtro pueda ser implementado. Esto ha provocado que los algoritmos de filtrado dependan estrechamente del modelo donde son aplicados, sin contar que también la versión del filtro depende de las variables que se pretende asimilar.
En este trabajo se presenta un toolbox sobre filtros de Kalman adaptado a problemas de gran escala que incluye varias versiones del filtro, desarrollado de manera completamente modular, independientemente del modelo donde se aplicará. Se desarrollan ejemplos de uso, problemas test y comparaciones.

Germán Torres
Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.
torres@mate.uncor.edu

Comunicaciones

Un modelo matemático para control de crecimiento tumoral.

Andrés Barrea

Se propone un modelo basado en ecuaciones ordinarias sobre el crecimiento de tumores con y sin tratamiento de drogas.
Se analiza el modelo y se da una interpretación biológica.

Andrés Barrea
Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.
abarrea@mate.uncor.edu

Ecuaciones de Bernoulli con delay.

Juan Carlos Barreto

Se analizan generalizaciones de la ecuacin de bernoulli de tipo integro-diferencial con delay y la presencia de blow-up para $m > 1$.

Juan Carlos Barreto
Universidad Nacional de Formosa, Argentina.
juanca_barreto@yahoo.com.ar

Sobre un problema de difusión no local.

Mauricio Bogoya

Para un operador no lineal de difusión no local el cual es análogo a la ecuación de medios porosos, se estudia el problema de valor inicial de Cauchy en $\mathbb{R}^N$ con $N > 1$, y los problemas de Neumann y Dirichlet en un dominio acotado de $\mathbb{R}^N$. Primero se prueba la existencia y unicidad de las soluciones y la validez de un principio de comparación para cada problema. Para el problema de Cauchy se demuestra que si el dato inicial es acotado y de soporte compacto entonces la solución es acotada y de soporte compacto para todo tiempo positivo t, lo cual implica la existencia de frontera libre. Para el problema de Neumann se demuestra el comportamiento asintótico de la soluciones: cuando t tiende a infinito, ellas convergen al valor medio del valor inicial. Para el problema de Dirichlet se demuestra que las soluciones convergen a cero cuando t tiende a infinito.

Mauricio Bogoya
Universidad Nacional de Colombia, Colombia.
mbogoyal@unal.edu.co

Método seudoespectral de Hermite en la solución de la ecuación de Gross-Pitaevskii.

Juan Pablo Borgna

La formación de los condensados de Bose-Einstein mediante el empleo de trampas magnéticas rotantes queda descrita por la ecuación de Gross-Pitaeskii. Aquí presentamos una técnica de resolución numérica para el sistema acoplado de ecuaciones de Schrödinger no lineales que aparecen como simplificación asintótica del problema tridimensional. Empleamos técnicas de partición del problema no lineal, usando un método seudoespectral en el espacio generado por las funciones de Hermite junto con métodos tipo Crank-Nicholson.

Juan Pablo Borgna
Universidad de Buenos Aires, Argentina.
jpborg@dm.uba.ar

Un método de splitting para una ecuación de Schroedinger-Poisson.

Mariano De Leo

En esta charla tomaremos en cuenta un problema de evolución proveniente de la teoría (cuántica) de semiconductores. A partir de un desdoblamiento adecuado de la no linealidad conseguimos un integrador simpléctico (un splitting) y, con este, implementamos un método numérico basado en la descomposición espectral de uno de los términos.

Mariano De Leo
Universidad de Buenos Aires, Argentina.
mdeleo@dm.uba.ar

Un problema de optimización para el primer autovalor de Steklov de un problema no lineal.

Leandro Del Pezzo

En este trabajo estudiamos el primer autovalor de Steklov, para el $p-$Laplaciano perturbado por un potencial $\alpha \cdot V(x)$, con $\alpha > 0$ y $V(x)$ integrable. Realizamos un análisis de la dependencia del primer autovalor con respecto al potencial $V(x)$ y con respecto al parámetro α. Probamos que, si fijamos α, existe un potencial $V(x)$ que minimiza el primer autovalor en el conjunto de todas las funciones medibles uniformemente acotadas y con integral fija. Luego estudiamos la dependencia del potencial optimal $V(x)$ cuando el parmetro α tiende a infinito.

Leandro Del Pezzo
Universidad de Buenos Aires, Argentina.
leandro.delpezzo@gmail.com

Potencial de capa simple, capacidad logarítmica y transformaciones conformes.

Omar Faure

Consideremos la ecuación integral de Symm sobre un polígono obtenida a partir del potencial de capa simple, esto es la integral sobre Γ de $u(x)\log|z-x|$ igualada a $f(z)$, para $z \in \Gamma$, donde Γ es la frontera de Ω, un abierto poligonal del plano, f una función conocida sobre Γ y u es la incógnita.
Es conocido que este problema tiene solución, particularmente para f en $H^1(\Gamma)$ y $u \in L^2(\Gamma)$, aún en el caso en que Ω es sólo un abierto con borde Lipschitz. La singularidad de la solución tiene localmente la forma $A|x|^\alpha \log(x + B|x|^\alpha)$ (y o bien A es cero o bien B es cero) donde el exponente α depende del ángulo y x es la distancia al vértice (Ver [1] Costablel).
En [3], Gaier y [6] Pommerenke se prueba que el potencial de capa simple generado por $|D\phi|$ es constantemente igual a $\log\gamma$, donde γ es la capacidad logarítmica de Γ y ϕ la transformación conforme que envía el exterior de Γ en el exterior de la bola unitaria del plano complejo.
Se desarrolla un método de colocación para calcular numéricamente la transformación ϕ. Este método provee un orden de convergencia elevado en norma L^2 donde se utiliza básicamente un refinamiento de las mallas en las vecindades de los vértices.

Referencias

[1] Costabel, M. (1988) *Boundary integral operators on Lipschitz domains: elementary results*, SIAM J. Math. Anal. 19 (3)8, 613-626.

[2] Elschner, J. & Graham, I.G. (1995) *An optimal order collocation method for first kind boundary integral equations on polygons*, Numer. Math. 70, 1-31.

[3] Gaier, D. (1976) *Integralgleichungen erster Art un Konforme Abbildung*, Mathematische Zeitschrift, 147, 113-129.

[4] Grisvard, P. (1992) *Singularities in Boundary Value Problems*, Research Notes in Applied Mathematics 22, Masson.

[5] Laubin, P. (2000) *High order convergence for collocation of second kind boundary integral equations on polygons*, Math. Comp.

[6] Pommerenke, Ch. (1992) *Boundary Behaviour of Conformal Maps*. Grundleheren der Mathematischen Wissenchaften 299, Springer Verlag.

Omar Faure
Universidad Tecnológica Nacional, Sede Concepción del Uruguay, Argentina.
ofaure@frcu.utn.edu.ar

Sobre el comportamiento asintótico en el problema de frontera libre de la difusión de solvente en polímero vidrioso.

Marcos Gaudiano

Consideremos una barra de polímero unidimensional en contacto a un extremo con solvente. Una vez superado cierto umbral de concentración, el solvente avanza a través de la barra satisfaciendo la ecuación del calor. En cada instante de tiempo pueden observarse dos regiones bien delimitadas: una parte de la barra está mojada con solvente y la otra está todavía seca. El punto que separa ambas regiones cambia con el tiempo y se llama frontera libre, la cual es una incógnita en el problema. Los comportamientos asintóticos dependen de la condición de contorno que regule el ingreso de solvente desde el exterior y bajo una condición del tipo convectiva se puede calcular una cota para la frontera libre. Dicha cota resulta independiente de varios de los datos del problema, en particular se mostrará que sigue siendo válida cuando la difusión es no lineal.

Marcos Gaudiano
Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.
gaudiano@mate.uncor.edu

El espectro de la carga en la ecuación de Schroedinger.

Valeria Yanina González

En este trabajo hallamos una expresión analítica para la solución de la ecuación de Schroedinger radial (ESR).
Proponemos una base en L^2. Consideramos una aproximación de la solución de ESR en el subespacio generado por las primeras N funciones de base:
Reemplazamos esta aproximación en ESR, obtenemos una relación de recurrencia de tres términos sobre los coeficientes del desarrollo. Dicha relacin genera polinomios ortogonales dependientes de la carga y de la energía. Realizamos un estudio de estos polinomios con respecto a la carga: ortogonalidad, función generadora, etc.
Mostramos que el espectro de la carga de la ESR en el subespacio está conformado por los ceros de dichos polinomios. De esta manera, trasladamos el problema de resolver la ecuación diferencial a los coeficientes y obtenemos una representación discreta, tanto para el espectro de la carga discreto como para el continuo.

Valeria Yanina González
Universidad Nacional del Sur, Argentina.
`vgonzal@uns.edu.ar`

Una metodología en el dominio frecuencia para el análisis de degeneraciones de Hopf complejas.

Griselda Ruth Itovich

Cuando falla una de las hipótesis del teorema de Hopf, se establece una bifurcación de Hopf degenerada. Algunos casos ya han sido analizados en forma completa empleando teoría de singularidades mientras que otros siguen siendo aún motivo de estudio (Golubisky and Langford, 1981). Entre estos últimos, se han considerado dos particularmente: la singularidad de Hopf doble no resonante y la singularidad de Gavrilov-Guckenheimer o cero-Hopf. El estudio de la dinámica del entorno de estas singularidades se puede llevar a cabo partiendo de la metodología del dominio frecuencia y de las generalizaciones del teorema de Hopf gráfico (Mees y Chua, 1979; Mees y Allwright, 1979; Moiola y Chen, 1996) y luego aplicar la teoría de Floquet para el análisis de estabilidad y bifurcaciones de ciclos. De esta manera, se pueden construir las curvas de bifurcaciones Neimark-Sacker, a partir de las cuales emergen soluciones cuasiperiódicas o toros 2D. Esto permite reconocer los distintos planos de fases que pueden observarse en cercanías de las singularidades según se describe en (Kuznetsov, 1998) donde se emplea la teoría de formas normales.

Griselda Ruth Itovich
Universidad Nacional del Comahue, Argentina.
`gitovich@arnet.com.ar`

Problemas de frontera libre en espacios de Orlicz.

Sandra Martínez

Tomamos Ω un dominio suave acotado en $\mathbb{R}^N$ y consideramos el siguiente problema de optimización, minimizar

$$\mathcal{J}(u) = \int_\Omega G(|\nabla u|)\,dx,$$

sobre $\mathcal{K} = \left\{v \in L^1(\Omega) : \int_\Omega G(|\nabla u|)\,dx < \infty,\ v = \varphi_0,\ \text{con } |\{v > 0\}| = \alpha\right\}$, donde $\alpha > 0$, $\varphi_0 \in L^1(\Omega)$ es no negativa y es tal que $\int_\Omega G(|\nabla \varphi_0|)\,dx < \infty$.

Las condiciones sobre la función G implican que G es (no necesariamente estricta) convexa y permiten un comportamiento distinto en 0 y en ∞. Es más, el conjunto de funciones que satisfacen estas condiciones incluye ciertas funciones no homogéneas.
Para tratar este problema, siguiendo ideas de [1], introducimos un término de penalización en el funcional de energía y después minimizamos este funcional sin la restricción sobre el volumen. Primero observamos que para valores fijos del parámetro de penalización, el funcional penalizado es similar al considerado en el trabajo [2]. Podemos probar, como en [2] un teorema de representación para los minimizantes. Concluimos que si fijamos el parámetro ε, los minimizantes son soluciones débiles del siguiente problema de frontera libre (en el sentido que fue definido en [2]),

$$\mathcal{L}u^\varepsilon = 0 \ \text{ en } \ \Omega \cap \{u^\varepsilon > 0\}, \quad u^\varepsilon = 0, |\nabla u^\varepsilon| = \lambda_\varepsilon \ \text{ en } \ \Omega \cap \partial\{u^\varepsilon > 0\},$$

donde λ_ε es una constante positiva, $\mathcal{L}u = \operatorname{div}\left(g(|\nabla u|)\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right)$ y $g(t) = G'(t)$.
La ventaja de este método es que no necesitamos pasar al límite, de hecho podemos probamos que el volumen α se alcanza para valores chicos de ε. De esta manera, todos los resultados de regularidad probados en [2] se aplican a soluciones del problema de diseño óptimo: continuidad Lipschitz uniforme de los minimizantes y regularidad $C^{1,\beta}$ de la frontera libre localmente alrededor de casi todo punto.

Referencias

[1] N. Aguilera, H. W. Alt and L. A. Caffarelli, *An optimization problem with volume constraint.* SIAM J. Control Optim., Vol. 24 (2) (1986), 191–198.

[2] Martínez, S. and Wolanski, N., *A minimum problem with free boundary in Orlicz spaces* , arXive math.AP/0602388.

Sandra Martínez
Universidad de Buenos Aires, Argentina.
smartin@dm.uba.ar

Cálculo de los exponentes de Lyapunov.

Jorge Martínez Fernández

Los exponentes de Lyapunov dan una medida cualitativa para caracterizar la estabilidad o inestabilidad del comportamiento de un sistema dinámico y permite estudiar la sensibilidad de las soluciones de un sistema dinámico respecto de las condiciones iniciales. En la literatura existen diferentes métodos para la determinación de los exponentes. En este trabajo desarrollamos un código parametrizado con la dimensión del sistema implementado con el software Mathematica. Determinamos la ley de escala para el tiempo de CPU y el error relativo versus el intervalo de muestreo para un sistema con valores explícitos de los exponentes de Lyapunov. A través de los exponentes, se estudió la transición al régimen caótico para la ecuación de Duffing. Además presentamos aplicaciones sobre sistemas Hamiltonianos caóticos.
Este es un trabajo en colaboración con Valeria Pagura y Luis Lara.

Jorge Martínez Fernández
Universidad Nacional de Rosario, Argentina.
jorgekarucha@gmail.com

Conjuntos de explosión para una ecuación doblemente no lineal.

Mayte Pérez Llanos

En el presente trabajo consideramos soluciones positivas del siguiente problema parabólico, en cuya ecuación aparece el operador doblemente no lineal, con condicin no lineal en la frontera

$$\begin{aligned} &(u^m)_t = (|u_x|^{p-2}u_x)_x, \qquad 0 < x < L, 0 < t < T_{max} \\ &u_x(0,t) = 0, |u_x|^{p-2}u_x(L,t) = u^q(L,t), 0 < t < T_{max} \\ &u(x,0) = f(x) > 0, 0 < x < L \end{aligned}$$

donde $m, q > 0$, $p > 1$ y $L > 0$ son parámetros.
La ecuación anterior incluye como casos particulares la ecuacin de los medios porosos ($p = 2$) y la ecuación para el $p-$laplaciano ($m = 1$).
Es sabido que para algunos valores de estos parámetros, existen soluciones que explotan a tiempo finito. Para estas soluciones que explotan encontramos las tasas de explosión en términos de los exponentes q, m, p.
Nos serán de gran ayuda para determinar en qué puntos estas soluciones se hacen infinitas, esto es, el conjunto de explosián definido como

$$B(u) = \{x;\ \text{existe } x_n \to x, t_n \to T_{max} \text{ con } u(x_n, t_n) \to \infty\}.$$

Más concretamente, demostramos que:

1. Blow-up puntual ocurre si
$$maxm, p - 1 < q.$$
2. Blow-up global tiene lugar si
$$0 < m < q < p - 1, \text{ o } q = p - 1 \text{ y } L <= L^* := p/(p - 1 - m).$$
3. Blow-up regional aparece para el rango de parámetros que delimita el blow-up global frente al blow-up puntual $0 < m < q = p - 1$ y $L > L^*$.

Más aún, mediante el estudio de los perfiles autosimilares encontramos que el conjunto de explosión en este caso se trata de $B(u) = [L - L^*, L]$.

Mayte Pérez Llanos
Universidad Carlos Tercero de Madrid, España.
`mtperez@math.uc3m.es`

Formación de patrones en copolímeros bloque.

Ricardo Pignol

Se considera un sistema infinito dimensional tipo Cahn-Hilliard en el contexto de copolímeros bloque. Sigue un análisis de los patrones formados para distintos rangos del parámetro de orden, via resolución numérica del sistema. Además, se analiza la naturaleza de los defectos topológicos, su relación con el orden traslacional y orientacional, y su dinámica.

Ricardo Pignol
Universidad Nacional del Sur, Argentina.
`ricardopignol@hotmail.com`

Ejemplos de formación de cáusticas para las ondas de agua.

María Isabel Romero

En esta charla voy a presentar los resultados de mi tesis de maestría "Expansiones asintóticas y el operador canónico de Maslov en la teoría lineal de ondas de agua". En términos generales, se trata de la descripción de la evolución de paquetes de ondas cortas de agua (cortas en comparación, p. ej., con la escala característica de cambios del fondo) en el caso cuando la profundidad varía lentamente. Con este fin, reducimos el sistema de ecuaciones que describe las ondas lineales a una ecuación pseudodiferencial sobre la superficie libre y luego construimos las soluciones de esta ecuación mediante el mtodo WKB, y, en el caso cuando aparecen puntos focales o cáusticas, mediante el operador canónico de Maslov [1]. En los ejemplos que voy a presentar, el operador canónico se puede expresar en la forma de funciones especiales (de Airy y Pearcey) en una manera rigurosa (en contraste con [2], donde las regiones de validez de las asintóticas no se especifican). El incremento de la amplitud en los puntos focales puede ser de interés en las aplicaciones porque puede describir, por ejemplo, la formación de las así llamadas "ondas asesinas" ("rogue waves" en inglés) [3].

Referencias

[1] V.P. Maslov, M.V. Fedoriuk, *Semiclassical approximation in quantum mechanics*, Reidel, Dordrecht, 1981.

[2] M.G. Brown, *The Maslov integral representation of slowly varying dispersive wavetrains in inhomogeneous moving media*, Wave Motion 32, pp. 247266 (2000).

[3] C. Kharif, E. Pelinovsky, *Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon*, Eur. J. Mech. B-Fluids 22, pp. 603634 (2003).

María Isabel Romero
Universidad Nacional de México, México.
misabel@matmor.unam.mx

Un problema de diseño óptimo para la inmersión crítica de trazas en dominios con agujeros.

Nicolás Saintier

Damos una condición suficiente y geométrica para que una ecuación que involucra el $p-$laplaciano, crítica desde el punto de vista de la inmersión de trazas de Sobolev, admita una solución.
Luego, aplicamos este resultado al estudio de un problema de diseño óptimo en dominios con agujeros.

Nicolás Saintier
Universidad de Buenos Aires, Argentina.
`saintier@math.jussieu.fr`

El comportamiento del agujero ṕtimo en el problema de autovalores de Steklov en dominios chatos.

Carola Schoenlieb

La mejor constante de trazas de Sobolev viene dada por el primer autovalor de un problema de tipo Steklov. Consideramos el comportamiento de la mejor constante en la inmersión $H^1(\Omega)$ en $L^2(\partial\Omega)$ donde Ω es un dominio regular y acotado de $\mathbb{R}^n$.
En particular estudiamos minimizantes en la clase de funciones que se anulan sobre un agujero de medida dada.
Nos restringiremos a dominios de la forma $\Omega = \Omega_1 \times t\Omega_2$ donde $\Omega_1 \subset \mathbb{R}^k$, $\Omega_2 \subset \mathbb{R}^{n-k}$ y $t > 0$. Estamos interesados en el problema límite cuando el dominio es contraído en una dirección, es decir cuando $t \to 0$.
Analizamos el comportamiento del agujero que minimiza el primer autovalor de Steklov a medida que el parámetro t tiende a 0.

Carola Schoenlieb
University of Viena, Austria.
carola.schoenlieb@univie.ac.at

Long-term plasticity in primary auditory cortex: A computational model.

Gabriel Soto

It has been known for almost 50 years that behaviorally relevant stimuli can induce long-term changes in primary auditory cortex (ACx). Tone-shock pairing experiments not only induce behavioral responses to the conditioned stimulus (CS) frequency but also induce long term plasticity of cortical Receptive Field (RF) . These experiments suggest that frequency-specific thalamic inputs, non-specific thalamic inputs triggered by the shock and release of acetylcholine (ACh) by Nucleus Basalis combine to induce long-term changes in RF. Non-specific thalamic stimulation also induces oscillations in the gamma-frequency range throughout ACx . This suggests that the interaction between thalamic inputs, encoding frequency specific information and cortical cells undergoing gamma oscillations (attentive state), elicited by the shock and ACh, could affect the strength of thalamocortical synapses. We show that the local architecture of the cortical network and gamma oscillations within this network can trigger potentiation or depression of thalamocortical synapses according to spike-timing dependent plasticity (STDP). We find that potentiation or depression at the thalamocortical synapse depends on the relationship between the firing rate of frequency-specific thalamic inputs (fI) and the natural frequency of oscillations in the cortical network (fN). We characterize how potentiation or depression at thalamocortical synapses depend on the ratio between fI and fN and discuss parameter regimes which yield the observed changes in RF properties of cells in ACx.

Gabriel Soto
Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco, Argentina.
gabriel.r.soto@gmail.com

Funciones convexas en el grupo de Heisenberg.

Federico Tournier

Se buscan las soluciones fundamentales para Monge Ampere con dato nulo en la frontera. Posibles construcciones.

Federico Tournier
Universidad Nacional de La Plata y IAM – CONICET, Argentina.
fedeleti@aim.com

Autovalores de Steklov y espacios de trazas para operadores elpticos de mayor orden.

Carlos Zuppa

En este trabajo se describen problemas de autovalores de Steklov para operadores elípticos de mayor orden prototípicos en dominios acotados con borde Lipschitz. La teoría variacional de Auchmuty se generaliza para poder tratar con estos problemas. Los espacios de trazas son descriptos via expansiones en autofunciones de Steklov.

Carlos Zuppa
Universidad Nacional de San Luis, Argentina.
`zuppa@unsl.edu.ar`