1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

NO. DE LIBRETA : CARRERA :

ALGEBRA – FINAL (13/12/02)

1.– Sea $f : G_{45} \to \mathbb{C}$ la función definida por $f(z) = z^5$. Determinar si f es inyectiva y calcular su imagen.

2.– Hallar todos los $a, b \in \mathbb{Z}$ **coprimos** tales que el polinomio

$$X^7 + 3X^6 - 2X^5 - X^4 + 2X^2 + bX + a$$

tenga (al menos) una raíz racional múltiple.

3.– ¿De cuántas maneras pueden ubicarse 20 bolitas indistinguibles en 5 cajas con la condición de que en cada caja haya a lo sumo 9 bolitas?

4.– Hallar todos los $n \in \mathbb{N}$ tales que

$$\left(\cos\frac{\pi}{15} + i \operatorname{sen}\frac{\pi}{15}\right)^n = \left(\cos\frac{\pi}{12} + i \operatorname{sen}\frac{\pi}{12}\right)^{3n+1}$$

5.– Sea $(a_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ la sucesión de números reales definida por

$$a_0 = 1\,, \qquad a_{n+1} = 15\,a_n^2 - 2.\,7^{12n+1} \qquad (n \in \mathbb{N})$$

Probar que, para todo $n \in \mathbb{N}_0$, $a_n \in \mathbb{Z}$ y $a_n \equiv 1\ (13)$

Se considerarán sólo las respuestas bien justificadas.