1	2	3	4	5

Apellido y nombre:

No. de libreta : Carrera :

ALGEBRA – FINAL (27/12/02)

1.– Sea $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la sucesión de números reales definida por

$$a_1 = 6 \qquad a_{n+1} = (4n+6)\,a_n \qquad (n \in \mathbb{N})$$

Probar que $a_n = \dfrac{(2n+1)!}{n!}$, para todo $n \in \mathbb{N}$

2.– Sea $T : \mathbb{Q}[X] \to \mathbb{Q}[X]$ la función definida por $T(f) = X^2 f - (X+1)f'$.
Probar que T es inyectiva pero no suryectiva.

3.– Sea a un entero **impar**. Probar que $(2^n + 7a \,:\, 2^{n+1} - 5a) = 1$ ó 19.

4.– Sean $f, g \in \mathbb{R}[X]$ tales que 5 es raíz doble de $f+g$ y simple de $f-g$. Probar que 5 es raíz simple de f y de g.

5.– Hallar todos los $n \in \mathbb{N}$ tales que

$$\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\,\mathrm{sen}\frac{\pi}{3}\right)^{5n+1} = -1 \quad \text{y} \quad \left(\cos\frac{2\pi}{5} + i\,\mathrm{sen}\frac{2\pi}{5}\right)^{2n-1} = 1$$

Se considerarán sólo las respuestas bien justificadas.