

Algebra I - Primer Cuatrimestre 2003

Final- 18/07/03

Apellido y nombre:

Número Libreta:

1	2	3	4	5	Calif.

(1) Hallar todos los $n \in \mathbb{N}$ tales que

$$\arg((1+i)^n) = \frac{3}{4}\pi \quad \text{y} \quad \arg((1-\sqrt{3}i)^{2n}) = \frac{4}{3}\pi$$

(2) Hallar un polinomio $f \in \mathbb{Q}[X]$ mónico y de grado 3 tal que el producto de todas sus raíces en \mathbb{C} sea 2, la suma de las raíces de f' sea $-\frac{2}{3}$ y $f(-1) = 1$. Factorizar f sobre \mathbb{Q} , \mathbb{R} y \mathbb{C} .

(3) Probar que $25|6^n - 30n - 1$, $\forall n \in \mathbb{N}$

(4) Determinar todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que

$$1 + z^4 + z^8 + z^{12} = 0$$

(5) Hallar todos los $a \in \mathbb{Z}$ tales que $\frac{2a^{37}}{13} + \frac{5a}{3} + \frac{11}{39} \in \mathbb{Z}$.

Justificar todas las respuestas