

**Algebra I - Primer Cuatrimestre 2003**

Final- 18/07/03

Apellido y nombre:

Número Libreta:

1	2	3	4	5	Calif.

(1) Hallar todos los  $n \in \mathbb{N}$  tales que

$$\arg((1+i)^n) = \frac{3}{4}\pi \quad \text{y} \quad \arg((1-\sqrt{3}i)^{2n}) = \frac{4}{3}\pi$$

(2) Hallar un polinomio  $f \in \mathbb{Q}[X]$  mónico y de grado 3 tal que el producto de todas sus raíces en  $\mathbb{C}$  sea 2, la suma de las raíces de  $f'$  sea  $-\frac{2}{3}$  y  $f(-1) = 1$ . Factorizar  $f$  sobre  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$  y  $\mathbb{C}$ .

(3) Probar que  $25|6^n - 30n - 1$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$

(4) Determinar todos los  $z \in \mathbb{C}$  tales que

$$1 + z^4 + z^8 + z^{12} = 0$$

(5) Hallar todos los  $a \in \mathbb{Z}$  tales que  $\frac{2a^{37}}{13} + \frac{5a}{3} + \frac{11}{39} \in \mathbb{Z}$ .

**Justificar todas las respuestas**