

Tema 1

1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO:

NO. DE LIBRETA:

CARRERA:

ALGEBRA 1 – SEGUNDO PARCIAL (12/7/04)

- (1) Calcular, en función de $a \in \mathbb{Z}$, los distintos valores de $(a^2 - 1 : a^3 + a^2 - a + 19)$.
- (2) Sea $A = 6 + 6^2 + 6^{2004}$. Calcular el resto de dividir 5^A por 247 (notar que $247 = 13 \cdot 19$).
- (3) Determinar y dibujar en el plano complejo todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que
- $$z^5 \bar{z} + z \bar{z} = 9 + 9z^4.$$
- (4) Factorizar $f = 3x^5 + 5x^4 + x^3 - x^2 - 3x + 1$ en $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$ y $\mathbb{C}[x]$, sabiendo que **no** es coprimo con $x^4 + 3x - 2$.
- (5) Sea $f = x^{20} + 8x^{10} + 2a$. Encontrar todos los valores de $a \in \mathbb{C}$ para los cuales f admite al menos una raíz múltiple. Para cada valor hallado, determinar cuántas raíces distintas tiene f y con qué multiplicidades (no es necesario escribir explícitamente las raíces).

Justifique todas sus respuestas.