

1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

NO. DE LIBRETA :

CARRERA :

ALGEBRA – FINAL (1/3/02)

1.– Sea $A = \{n \in \mathbb{N} / n \leq 20\}$. Determinar cuántas relaciones \mathcal{R} pueden definirse en A que satisfagan simultáneamente las tres condiciones siguientes:

- 1) \mathcal{R} es reflexiva,
- 2) \mathcal{R} es simétrica,
- 3) $\forall a, b \in A$ con a par, se tiene que $(a, b) \in \mathcal{R}$.

2.– Determinar todos los $a \in \mathbb{Z}$ tales que $5a^2 \equiv 26 \pmod{117}$.

3.– Determinar todos los $n \in \mathbb{N}$ para los cuales $(5^n + 7 : 5^{n+1} + 13) = 22$.

4.– Determinar todos los $z \in \mathbb{C}$, $z \neq 0$, que verifican simultáneamente

$$\arg(z^{13}) = \arg(z) \quad \text{y} \quad z^{20} = 2^{19} \bar{z}.$$

5.– Sea $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la sucesión de polinomios definida por

$$f_1 := X^5 + X^3 + 2, \quad f_{n+1} := X f_n + X^{2n} + 2X + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$, f_n tiene (al menos) una raíz racional.

Se considerarán sólo las respuestas bien justificadas.