

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | | | | |

APELLIDO Y NOMBRE:

NO. DE LIBRETA :

CARRERA :

ALGEBRA I – FINAL (2/8/05)

1. Sea $z \in G_{11}$, $z \neq 1$. Hallar todos los $n \in \mathbb{N}$ tales que $z^{2^n} = \bar{z}^5$.
2. Un señor tiene a palomas y q jaulas. Determinar a y q sabiendo que $a \geq 100$, $q \leq 50$ y que si colocara $17a$ palomas en $8q$ jaulas poniendo 7 palomas por jaula, le sobrarían dos palomas.
3. ¿De cuántas maneras se pueden ubicar 16 bolitas iguales en 3 cajas distintas si en cada caja debe haber por lo menos dos bolitas y a lo sumo seis?
4. Sea $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la sucesión de polinomios en $\mathbb{Q}[X]$ definida por

$$f_0 = X - \frac{1}{2}, \quad f_1 = X^2 - \frac{2}{3}X + 5, \quad f_{n+1} = \frac{1}{n+1} X^2 f_n' + 3 f_{n-1}$$

Probar que, para todo $n \geq 0$, f_n es un polinomio mónico de grado $n+1$.

5. Sean $a, b, c \in \mathbb{C}$ tales que $a + b + c = -1$, $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ y $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{-1}{10}$.
 - i) Hallar $f \in \mathbb{Q}[X]$ mónico de grado 3 cuyas raíces sean a , b y c .
 - ii) Factorizar el polinomio f hallado en i) en $\mathbb{Q}[X]$, $\mathbb{R}[X]$ y $\mathbb{C}[X]$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS