

1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

NO. DE LIBRETA :

CARRERA :

**ALGEBRA – FINAL (7/3/03)**

1.– Hallar todos los  $n \in \mathbb{N}$  tales que  $2^{5n} \equiv 3n \pmod{16.17}$

2.– Probar que

$$\sum_{i=0}^{n-1} 3i^2 + 3i + 2 = n^3 + n$$

para todo  $n \in \mathbb{N}$

3.– Sea

$$S = \{f : \{1, 2, 3, \dots, 1531\} \longrightarrow \{1, 2, 3, \dots, 1531\} / f \text{ es biyectiva}\}$$

y sea  $\sim$  la relación de equivalencia en  $S$  definida por

$$f \sim g \iff f(3) = g(3)$$

Para cada  $h \in S$  tal que  $h(3) = 2$ , determinar cuántos elementos tiene la clase de equivalencia de  $h$ .

4.– Graficar en el plano complejo

$$\{z \in \mathbb{C} / \operatorname{Re}(iz) \geq \operatorname{Im}(2i - iz) \text{ y } |z + i| \leq 2\}$$

5.– Sea  $f \in \mathbb{C}[X]$  y sea  $g = X^2 f + (X - 2) f'$ . Probar que si 2 es raíz doble de  $g$  entonces 2 es raíz doble de  $f$ .

**Sólo se considerarán las respuestas bien justificadas**