

1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

NO. DE LIBRETA :

CARRERA :

**ALGEBRA I – FINAL (9/12/05)**

1. Sea  $A$  el conjunto de todas las permutaciones de 11112223368 y sea  $\simeq$  la relación de equivalencia en  $A$  definida por

$\sigma \simeq \tau \iff$  los lugares donde están ubicados los unos en  $\sigma$  y en  $\tau$  son los mismos

(Por ejemplo, 12336118221  $\simeq$  13862113281 pero 12336118221  $\not\simeq$  31862113281)

- i) Determinar cuántos  $\sigma \in A$  satisfacen  $\sigma \simeq 28162113321$   
 ii) Determinar cuántas clases de equivalencia hay

2. Probar que  $\sum_{i=1}^n \frac{n-i}{i+2} \geq \frac{n}{n+2}$  para todo  $n \geq 3$

3. Hallar todos los  $a, b \in \mathbb{Z}$  tales que  $2a + 3b = 75$  y  $(a : b) = 5$

4. Hallar todos los  $z \in \mathbb{C}$  tales que  $|z| = \sqrt{5}$  y  $z^3 - 2z + 16 = 3\bar{z}$

5. Sean  $a, b \in \mathbb{Z}$  no nulos tales que  $(a : b) = 1$ . Probar que

$$f = X^{10} + 5X^6 - 2X^5 - 10X^3 + 10bX + a$$

no tiene ninguna raíz múltiple en  $\mathbb{Q}$ .

**JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS**