Algebra I
Examen Final (10-12-04)

Nombre y apellido:
Turno: **Carrera:**

1	2	3	4	5

1. Sea $n \in \mathbb{N}$ y sea A un conjunto de n elementos. Determinar el número de relaciones de equivalencia en A que admiten a lo sumo 2 clases de equivalencia.

2. Probar que
$$\sum_{i=1}^{2^n} \frac{1}{i} > \frac{n}{2}$$
para todo $n \in \mathbb{N}$.

3. Sea $n = 2^{25}3^{100}5^{51}7^{65}11^2$. Calcular el número de divisores positivos d de n que verifican simultáneamente las siguientes condiciones:

   (a) d es un cuadrado perfecto.

   (b) $40 \mid d$.

   (c) $(d : 3^{300}7^5 11) = 3^{60}7^5$.

4. Sea $g \in \mathbb{C}[X]$ y sea $f = X^4 g$. Hallar los posibles valores del término constante de g, sabiendo que 0 es raíz de multiplicidad 8 del polinomio $X^5 f' + f^2$.

5. Sea z una raíz 18-ésima primitiva de 1. Caracterizar los $n \in \mathbb{N}$ tales que $z^{4n} \in G_{12}$.

Nota. Justifique debidamente todas sus respuestas.