

1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

NO. DE LIBRETA :

CARRERA :

**ALGEBRA I – FINAL (12/8/05)**

1. Sea  $n \in \mathbb{N}$  tal que  $7 \mid 2^n + 5$  y  $11 \mid 2^n + 1$ . Hallar el resto de dividir a  $n$  por 30.
2. Sea  $X = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 100\}$  y sea  $U = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 20\}$ . Sea  $\simeq$  la relación de equivalencia en  $\mathcal{P}(X)$  definida por

$$A \simeq B \iff A - U = B - U$$

Determinar cuántos elementos tiene la clase de equivalencia de  $B = \{n \in X \mid 3 \mid n\}$

3. Probar que  $G_{4+3^{38}} \cap G_{195} = G_{13}$ .
4. Hallar todas las raíces complejas del polinomio  $f = X^{10} - 5iX^5 - 4 \in \mathbb{C}[X]$ .
5. Sea la sucesión  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  de polinomios definida por :

$$f_1 = X^3 + X^2 - X - 1 \quad , \quad f_{n+1} = (X + 1)f_n^2 + (X^4 + X^3)^{n+2} \quad (n \in \mathbb{N})$$

Probar que,  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $-1$  es raíz de  $f_n$  con multiplicidad igual a  $n + 1$ .

**JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS**