

1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

NO. DE LIBRETA :

CARRERA :

**ALGEBRA – FINAL (14/2/03)**

1.– Sea  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la sucesión de números reales definida por

$$a_1 = 5 \quad a_{n+1} = \frac{7 + 3^{n+1}}{2} + \sum_{i=1}^n a_i \quad (n \in \mathbb{N})$$

Probar que  $a_n = 2^n + 3^n$ , para todo  $n \in \mathbb{N}$

2.– Resolver la ecuación de congruencia

$$112x \equiv 4 \pmod{10404}$$

3.– Sea  $\mathcal{R}$  la relación en  $\mathbb{C}$  definida por

$$z \mathcal{R} w \Leftrightarrow \operatorname{Re}((z - w)i) \leq 0$$

Determinar si  $\mathcal{R}$  es reflexiva, simétrica, antisimétrica o transitiva.

4.– Factorizar sobre  $\mathbb{Q}[X]$ ,  $\mathbb{R}[X]$  y  $\mathbb{C}[X]$  el polinomio

$$X^5 - 4X^4 + 4X^3 + 4X^2 - 12X + 8$$

sabiendo que  $1 + i$  es raíz.

5.– Sea  $z = \cos \frac{\pi}{19} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{19}$ . Calcular el argumento de  $z^{3^{55}}$

**Sólo se considerarán las respuestas bien justificadas**