

1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

NO. DE LIBRETA :

CARRERA :

**ALGEBRA – FINAL (15/5/03)**

1.– Sea  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la sucesión de números reales definida por

$$a_1 = -1, \quad a_{n+1} = 3a_n - (6n + 3)3^n - 2^n \quad (n \in \mathbb{N})$$

Probar que  $a_n = 2^n - n^2 3^n$ .

2.– Determinar cuántas funciones **inyectivas**  $f : \{1, 2, 3, \dots, 50\} \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 60\}$  satisfacen simultáneamente las dos condiciones siguientes:

- i)  $f(i) \geq 30$  para todo  $i \leq 25$
- ii)  $f(i) \leq 30$  para todo  $i \geq 25$

3.– Sea  $a \in \mathbb{Z}$  tal que  $(a^{182} - 26 : 130) = 13$ . Calcular  $(a^{25} - 39 : 2.5^3.13^2)$ .

4.– Hallar todos los  $z \in G_8$  tales que  $\sum_{k=0}^{60} z^{2k} = z^{12}$ .

5.– Sea  $f \in \mathbb{C}[X]$  y sea  $g = (X - 2)^5 f - (X - 2)^6 f'$ . Probar que si 2 es raíz de  $f$  con multiplicidad 3 entonces 2 es raíz de  $g$  con multiplicidad 8.

**Se considerarán sólo las respuestas bien justificadas.**