

1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

NO. DE LIBRETA :

CARRERA :

ALGEBRA – FINAL (17/5/02)

1.– Sea \sim la relación en \mathbb{C} definida por

$$z \sim w \iff z + \bar{w} \in \mathbb{R}$$

Probar que \sim es una relación de equivalencia.

2.– Sea $a \in \mathbb{N}$ fijado. Se define la sucesión $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de la forma siguiente :

$$x_1 := 3a, x_{n+1} := 3x_n - a.$$

Probar que $(x_1 : x_n) = a$ para todo $n \geq 2$.

3.– Calcular el resto de dividir por 11 el producto de todos los divisores positivos de $23 \cdot 5^{32}$.

4.– Sea $w = \cos \frac{4\pi}{7} + i \operatorname{sen} \frac{4\pi}{7}$. Hallar todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que $2\bar{w}.z^4 = w^2.z^{10}$.

5.– Factorizar sobre $\mathbb{Q}[X]$, $\mathbb{R}[X]$ y $\mathbb{C}[X]$ el polinomio $x^5 + 2X^4 - X^3 + 5X^2 + 10X + 3$, sabiendo que tiene dos raíces cuya suma es 2 y cuyo producto es 3.

Se considerarán sólo las respuestas bien justificadas.