

1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

NO. DE LIBRETA :

CARRERA :

ALGEBRA – FINAL (20/05/04)

1.– Sea \mathfrak{R} la relación en $A := \{1, 2, 3, \dots, 23, 24, 25\}$ definida por

$$n \mathfrak{R} m \iff nm \text{ es un cuadrado en } \mathbb{N}.$$

- (i) Probar que \mathfrak{R} es una relación de equivalencia.
- (ii) Determinar la partición del conjunto A definida por la relación \mathfrak{R} .

2.– Para qué valores de p primo se tiene que

$$2p \mid (15)^{p-1} + 205 ?$$

3.– Sea $a \in \mathbb{N}$ dado y sea $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la sucesión de enteros definida por:

$$x_1 = a^2, x_2 = 3a^3 \text{ y } \forall n \geq 3, x_n = ax_{n-1} + 5x_{n-2}^2.$$

Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$, se tiene $a^{n+1} \mid x_n$.

4.– Calcular el valor de

$$\sum_{k=0}^{33} \cos\left(\frac{2k\pi}{34}\right).$$

5.– Determinar para cada valor de $n \in \mathbb{N}$ la multiplicidad de -1 como raíz del polinomio $nX^{n+1} + (n+1)X^n + 1$.

Se considerarán sólo las respuestas debidamente justificadas.