1	2	3	4	5

Apellido y nombre:

No. de libreta : Carrera :

ALGEBRA – FINAL (23/12/02)

1.– Determinar cuántas funciones **biyectivas** $f : \{1, 2, 3, \ldots, 16\} \longrightarrow \{1, 2, 3, \ldots, 16\}$ satisfacen que $f(a) \equiv a\ (8)$ para todo $a \in \{1, 2, 3, \ldots, 16\}$

2.– Sea $\sim$ la relación de equivalencia en G_8 definida por

$$z \sim w \quad \Leftrightarrow \quad z^6 = w^6$$

Hallar la clase de equivalencia de $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\, i$

3.– Hallar todos los $a \in \mathbb{R}$ tales que (al menos) una raíz cúbica de la unidad es raíz del polinomio

$$f = X^7 - X^4 + aX^3 - 2$$

Para cada valor de a hallado, encontrar todas las raíces de f en $\mathbb{C}$.

4.– Hallar todos los $a \in \mathbb{Z}$ tales que $6a^{13} + 7a^5 + 4^{132} \equiv 28\ (105)$

5.– Sea $(fn)_{n\in\mathbb{N}}$ la sucesión de polinomios definida por

$$f_1 = (X^2 - 1)^2\,, \qquad f_{n+1} = (X^2 - 1)f_n' - Xf_n \qquad (n \in \mathbb{N})$$

Probar que, para todo $n \in \mathbb{N}$, 1 es raíz **doble** de f_n

Se considerarán sólo las respuestas bien justificadas.