

1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

NO. DE LIBRETA :

CARRERA :

ALGEBRA I – FINAL (27/12/05)

1. Sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ la sucesión de números enteros definida por

$$a_0 = -1, \quad a_n = 2a_{n-1} + 2^n \quad (n \in \mathbb{N})$$

Hallar una fórmula para el término general a_n y probarla por inducción.

2. ¿De cuántas maneras se pueden ubicar 10 bolitas rojas, 6 bolitas negras y 16 bolitas blancas en tres cajas distintas de manera que en cada caja el número de bolitas de cada color sea par?

3. Hallar todos los $a \in \mathbb{Z}$ tales que $3a \equiv 7 \pmod{23}$ y $(2a + 5 : 13a - 2) \neq 1$.

4. Sea $w \in G_{11}$, $w \neq 1$. Calcular

$$w^{2^{30}} + w^{2^{31}} + w^{2^{32}} + w^{2^{33}} + \dots + w^{2^{39}}$$

5. Sea $f \in \mathbb{Q}[X]$ un polinomio de grado 8. Factorizar f en $\mathbb{Q}[X]$, $\mathbb{R}[X]$ y $\mathbb{C}[X]$ sabiendo que satisface:

- f tiene exactamente 5 raíces distintas en \mathbb{C}
- $1 + i$ y $2 - \sqrt{3}$ son raíces simples de f
- $f(2) = 0$ y $f(0) = 4$

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS