1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

NO. DE LIBRETA : CARRERA :

ALGEBRA – FINAL (/02/02)**

1.– Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Determinar cuántas relaciones de equivalencia $\Re$ de A satisfacen que

$$\{ (1,1), (1,3), (3,2), (4,5), (7,6), (8,10), (9,10) \} \subseteq \Re$$

$$(1,7) \notin \Re \quad , \quad (1,8) \notin \Re \quad \text{y} \quad (10,7) \notin \Re$$

2.– Probar que $(7 \cdot 3^n - 5^{n+1} : 3^{n+1} + 7 \cdot 5^n) = 2$ o 4.

3.– Resolver completamente la ecuación

$$7\,x^{49} \equiv 57 \pmod{65}.$$

4.– Determinar todos los $z \in \mathbb{C}$ que verifican que

$$z^2 + z = \frac{2\,\arg(z)}{\pi}.$$

5.– Sea $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión de polinomios en $\mathbb{Q}[X]$ definida por

$$f_1 := X^5 - X^4 - X + 1 \quad , \quad f_{n+1} := X\,f_n^2 + X^{n+1} - (n+1)\,X + n.$$

Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$, 1 es raíz exactamente doble de f_n.

Se considerarán solo las respuestas bien justificadas.