| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

TEMA 1

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO: NO. DE LIBRETA: CARRERA:

---

ALGEBRA – PRIMER PARCIAL (17/10/05)

**1.–** Sea $A = \{x = (x_1, x_2, \ldots, x_{100}) \,/\, x_i = 0$ ó $1$ y $x_1 + x_2 + \cdots + x_{100} = 10\}$ y sea $\mathcal{R}$ la relación en $A$ definida por

$$x \,\mathcal{R}\, y \iff x_1y_1 + x_2y_2 + \cdots + x_{100}y_{100} = 0$$

Determinar si $\mathcal{R}$ es reflexiva, simétrica, antisimétrica o transitiva. En cada caso justificar la respuesta.

**2.–** ¿Cuántas funciones **inyectivas** $f : \{1, 2, 3, \ldots, 50\} \longrightarrow \{1, 2, 3, \ldots, 80\}$ hay que satisfagan <u>simultáneamente</u> las condiciones

- $f(1)$ es par
- $f(2) = 4$
- $f(3) \leq 6$

**3.–** Sea $(a_n)_{n\geq 0}$ la sucesión definida inductivamente por

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 3, \quad a_n = a_{n-1} - a_{n-2} \ (n \geq 2)$$

i) Probar que $a_{n+6} = a_n$ para todo $n \geq 0$

ii) Calcular $\displaystyle\sum_{k=0}^{255} a_k$

**4.–** ¿De cuántas maneras pueden colocarse 17 bolitas rojas y 22 bolitas negras en 8 cajas numeradas con la condición de que la primera caja debe contener exactamente 3 bolitas negras, la tercera caja debe contener al menos 2 bolitas rojas y la quinta caja no puede quedar vacía?

**5.–** Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ tales que $53 \mid a$ y $(a : b) = 1$. Probar que $a + 5b$ y $10a - 3b$ son coprimos.

**6.–** Hallar todos los $a, b, c \in \mathbb{Z}$ tales que $a + b + c = 35$ y $13a + 27b + 2c = 176$.

**Justifique todas sus respuestas.**