

1	2	3	4	5

TEMA 1

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO:

NO. DE LIBRETA:

CARRERA:

ALGEBRA – PRIMER PARCIAL (18/10/03)

- 1.- Sea $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ la función definida por $f(k) = k + (-1)^k$. Probar que f es biyectiva y determinar su función inversa f^{-1} .
- 2.- Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$ vale:

$$\sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{n+i} \leq \frac{5}{6}.$$

- 3.- Sea la sucesión $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ definida por:

$$a_0 := 0, a_1 := 3 \quad \text{y} \quad a_{n+1} := a_n + 2a_{n-1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Encontrar una fórmula para el término general y probarla.

- 4.- ¿ De cuántas maneras se pueden ubicar 14 bolitas negras (iguales) y 10 bolitas rojas (iguales) en 7 cajas numeradas con las condiciones simultaneas de que ninguna caja esté vacía y que haya exactamente 3 cajas con sólo bolitas negras y las 4 restantes con sólo bolitas rojas ?
- 5.- Determinar todos los pares a, b de números enteros que verifican que

$$\sum_{k=1}^{100} (a + kb) = 30000.$$

Justifique todas sus respuestas.