

TEMA 1

1	2	3	4	5	6

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO:

NO. DE LIBRETA:

CARRERA:

---

ALGEBRA I – PRIMER PARCIAL (19/10/02)

1. Sea  $X$  el conjunto de partes del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, \dots, 100\}$  (es decir, los elementos de  $X$  son los subconjuntos de  $\{1, 2, 3, 4, \dots, 100\}$ ) y sea  $\mathcal{R}$  la relación en  $X$  definida por

$$A \mathcal{R} B \Leftrightarrow A - \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9\} \subseteq B$$

- i) Determinar si  $\mathcal{R}$  es reflexiva, simétrica, antisimétrica o transitiva.  
ii) ¿Cuántos subconjuntos  $B$  de  $\{1, 2, 3, 4, \dots, 100\}$  satisfacen  $\{1, 2, 3, 4, \dots, 50\} \mathcal{R} B$ ?

2. Hallar todos los  $a \in \mathbb{Z}$  tales que  $(3a + 2 : 6a^2 - 2a + 1) \neq 1$ .

3. Probar que  $\sum_{i=1}^{2n-1} (-1)^{i+1} i! \leq \frac{(2n)!}{2}$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ .

4. Sea  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  la función definida por

$$f(n) = \begin{cases} \frac{3n+1}{2} & \text{si } n \text{ es impar} \\ \frac{n+4}{2} & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$$

- i) Determinar si  $f$  es inyectiva.  
ii) Determinar si  $f$  es suryectiva y, si no lo es, hallar su imagen.

5. ¿De cuántas maneras pueden distribuirse 38 bolillas **numeradas** en 6 cajas distintas con la condición de que en la primera caja haya al menos dos bolillas?

6. Hallar todos los  $a, b \in \mathbb{Z}$  que satisfacen  $19 \leq a + b \leq 68$  y  $12a + 22b = 46$ .

**Justifique todas sus respuestas.**