

TEMA 2

1	2	3	4	5	6

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO:

NO. DE LIBRETA:

CARRERA:

ALGEBRA I – PRIMER PARCIAL (21/05/05)

1. Sea $\{a_n\}_{n \geq 0}$ la sucesión definida por

$$a_0 = 4, \quad a_1 = 1, \quad a_n = 12a_{n-1} - 27a_{n-2} \quad (n \geq 2)$$

Probar que si $n \geq 1$ entonces 3^{n-1} divide a a_n pero 3^n no.

2. Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Determinar cuántas relaciones \mathcal{R} en A satisfacen simultáneamente las siguientes condiciones:

\mathcal{R} es reflexiva, simétrica y, para cada $x \in A$, $(2, x) \in \mathcal{R}$ si y sólo si x es par.

3. Hallar todos los $a \in \mathbb{Z}$ tales que $(5a - 3 : 7a^2 - a + 1) \neq 1$

4. Probar que, para todo $k \in \mathbb{N}$, $19 \cdot 14^k + 1$ no es primo. Sugerencia: ver congruencias módulo 3 y módulo 5.

5. Probar que $\sum_{i=1}^{n+1} i! \geq 5 \cdot 2^n - 7$ para todo $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$.

6. ¿ De cuántas maneras se pueden ubicar 23 bolitas **numeradas** en 5 cajas de manera que la segunda caja contenga exactamente 5 bolitas y la primera caja contenga a lo sumo una bolita?

Justifique todas sus respuestas.