

TEMA 1

1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO:

NO. DE LIBRETA:

CARRERA:

ALGEBRA – PRIMER PARCIAL (22/05/03)

- 1.– Sea $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ la función definida por $f(n) = n^2 + 4$.
(a) ¿Es f inyectiva? ¿suryectiva? (justificar).
(b) Sea \mathfrak{R} la relación en \mathbb{N} definida por

$$n \mathfrak{R} m \iff f(n) \geq f(m).$$

Probar que \mathfrak{R} es reflexiva, antisimétrica y transitiva (es decir es una relación de orden).

- 2.– Sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ la sucesión de enteros definida por:

$$a_0 = 3, a_1 = 5 \quad \text{y} \quad a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} - 2 \quad \forall n \geq 2.$$

Conjeturar y probar una fórmula cerrada para el término general a_n , $n \in \mathbb{N}_0$.

- 3.– ¿ De cuántas maneras se pueden ubicar 26 bolitas rojas (iguales) y 22 bolitas negras (iguales) en 8 cajas numeradas con las condiciones simultáneas de que cada caja contenga por lo menos 2 bolitas rojas y a lo sumo 20 bolitas negras ?
- 4.– Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$, $12 \mid n^4 + 2n^3 + 11n^2 - 2n$.
- 5.– Determinar todos los pares (x, y) de números enteros que verifican simultáneamente que

$$10x + 12y \mid 8 \quad \text{y} \quad 15x + 18y \mid 27.$$

Justifique todas sus respuestas.