

1	2	3	4	5	6

TEMA 2

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO:

Nº. DE LIBRETA:

CARRERA:

ALGEBRA I – SEGUNDO PARCIAL (03/12/05)

1. Hallar todos los  $a \in \mathbb{Z}$  tales que  $a \equiv 5 \pmod{7}$  y  $r_9(33a + 5) = r_9(4a - 7)$

2. Probar que  $\frac{11^{1464} - 1}{52}$  es un número entero par.

3. Graficar en el plano complejo

$$\{z \in \mathbb{C} - \{0\} / |\operatorname{Re}(z) + i(z - \bar{z})| \leq 3 \text{ y } \pi \leq \arg(z^2) \leq \frac{3}{2}\pi\}$$

4. Hallar todos los  $z, w \in \mathbb{C}$  tales que  $z^2 - (4 - i)z + 3 - 3i = 0$  y  $z^3 = iw^3$

5. Sean  $a, b, c \in \mathbb{C}$  las raíces de  $f = X^3 + 7X^2 - 2X + 1 \in \mathbb{Q}[X]$ . Calcular

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c}$$

6. Hallar todos los  $a \in \mathbb{C}$  tales que  $a$  sea raíz doble del polinomio

$$f = X^4 - (a+1)X^3 + (a+2)X^2 - 2(a+1)X + 2a$$

**POR FAVOR, JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS**