

Algebra I - Segundo Parcial

12 de Julio de 2005

- (1) Sea $\omega \in G_{11}$. Calcular la parte real de $(\omega^{29} + 1)(\bar{\omega}^{18} - 1)$.
- (2) Decidir para qué valores de $a \in \mathbb{C}$ el polinomio $f = x^{12} - 12x + a$ **no** tiene raíces múltiples.
- (3) Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $(a^{55} - 3 : 56) = 28$. Hallar el resto de la división de a por 56.
- (4) Hallar todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que $(z + i)^4 = (2 + 2i)^4$
- (5) Hallar todas las soluciones de la siguiente ecuación de congruencia
$$2^{123}x^2 \equiv 2 \pmod{26}$$
- (6) Factorizar sobre $\mathbb{Q}[X]$, $\mathbb{R}[X]$ y $\mathbb{C}[X]$ el polinomio $f = x^4 - 4x^3 + 5x^2 + 2x + 52$ sabiendo que no tiene raíces reales y que tiene una raíz compleja z con $|z| = \sqrt{13}$ y otra w con $\arg(w) = \frac{2\pi}{3}$.