

TEMA 1

1	2	3	4	5	6

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO:

Nº. DE LIBRETA:

CARRERA:

---

ALGEBRA I – RECUPERATORIO DEL PRIMER PARCIAL (12/12/05)

1. Sea  $A = \{a \in \mathbb{Z} / a \equiv 1 \pmod{7}\}$  y sea  $f : A \rightarrow \mathbb{Z}$  la función definida por

$$f(a) = \begin{cases} 3a + 2 & \text{si } a \text{ es par} \\ 3a - 1 & \text{si } a \text{ es impar} \end{cases}$$

- i) Probar que  $f$  es inyectiva
- ii) Probar que  $\text{Im}(f) = \{b \in \mathbb{Z} / b \equiv 2 \pmod{6} \text{ y } b^2 \equiv 4 \pmod{7}\}$

2. Probar que, para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\sum_{i=2n}^{4n} (-1)^i \cdot i^2 = 10n^2 + n$

3. Sea  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la sucesión definida por

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n+1} \quad (n \in \mathbb{N})$$

Determinar el valor de  $a_n$  para cada  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ , y probarlo por inducción.

- 4. ¿Cuántas palabras de 6 letras que tengan a lo sumo una letra repetida se pueden formar con las letras de TENTACION?
- 5. Sea  $A = \{2, 16, 30, 44, 58, \dots, 6988\}$ . Determinar cuántos múltiplos de 18 hay en  $A$ .
- 6. Sean  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Probar que si  $(a + 7b : 2a - 3b) = 5$  entonces  $(a : b) = 5$ .

**Justifique todas sus respuestas.**