

TEMA 1

1	2	3	4	5	6

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO:

NO. DE LIBRETA:

CARRERA:

ALGEBRA I – RECUPERATORIO DEL PRIMER PARCIAL (16/12/02)

1. ¿Cuántos números pueden formarse permutando los dígitos de 1222234455779, con la condición de que tengan todos los dígitos pares juntos o tengan todos dígitos impares juntos.

2. Sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la sucesión de números reales definida por

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 3 + 2 \cdot 3^{n+1} a_n \quad (n \in \mathbb{N})$$

Probar que, para todo $n \in \mathbb{N}$, $a_n \in \mathbb{Z}$ y $a_n \equiv 1 \pmod{4}$.

3. Sean A, B, C conjuntos. Probar que $(A \cup B) - (B \cap C') = (A - B) \cup (B \cap C)$.

4. Determinar cuántas funciones **biyectivas**

$$f : \{1, 2, 3, \dots, 10\} \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

satisfacen que $f(i) \leq 2i$ para todo $i \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$.

5. Hallar todos los $n \in \mathbb{N}$ tales que $(2^n - 5^{2n+1} : 5^{2n} - 2^{n+1}) = 1$.

6. Sea $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ la función definida por

$$f(a) = \begin{cases} 3a + 1 & \text{si } a \text{ es par} \\ \frac{3a - 1}{2} & \text{si } a \text{ es impar} \end{cases}$$

Determinar si f es inyectiva y hallar su imagen.

Justifique todas sus respuestas.