

TEMA 1

1	2	3	4	5	6

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO:

NO. DE LIBRETA:

CARRERA:

---

ALGEBRA I – RECUPERATORIO DEL PRIMER PARCIAL (16/12/02)

1. ¿Cuántos números pueden formarse permutando los dígitos de 1222234455779, con la condición de que tengan todos los dígitos pares juntos o tengan todos dígitos impares juntos.

2. Sea  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la sucesión de números reales definida por

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 3 + 2 \cdot 3^{n+1} a_n \quad (n \in \mathbb{N})$$

Probar que, para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a_n \in \mathbb{Z}$  y  $a_n \equiv 1 \pmod{4}$ .

3. Sean  $A, B, C$  conjuntos. Probar que  $(A \cup B) - (B \cap C) = (A - B) \cup (B \cap C)$ .

4. Determinar cuántas funciones **biyectivas**

$$f : \{1, 2, 3, \dots, 10\} \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

satisfacen que  $f(i) \leq 2i$  para todo  $i \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ .

5. Hallar todos los  $n \in \mathbb{N}$  tales que  $(2^n - 5^{2n+1} : 5^{2n} - 2^{n+1}) = 1$ .

6. Sea  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  la función definida por

$$f(a) = \begin{cases} 3a + 1 & \text{si } a \text{ es par} \\ \frac{3a - 1}{2} & \text{si } a \text{ es impar} \end{cases}$$

Determinar si  $f$  es inyectiva y hallar su imagen.

**Justifique todas sus respuestas.**