

Nombre y Apellido:

Número de libreta:

Turno:

Algebra I - 2005 - Primer Cuatrimestre

1er. Recuperatorio del Primer Parcial

Tema 1

1. Sean

$K_1 = \{\text{palabras de 4 letras que se pueden formar con las letras de AFLOJATE}\}$

$K_2 = \{\text{palabras de 4 letras que se pueden formar con las letras de CATALOGO}\}$

Determinar el número de elementos de $K_1 \cap K_2$ y de $K_1 \cup K_2$

2. Sea \simeq la relación en $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ definida por

$$A \simeq B \text{ si y sólo si } \{3, 5, 7\} \subseteq (A \Delta B)'$$

Probar que \simeq es una relación de equivalencia.

3. Probar que $(2 \cdot 7^n - 11^n) : (7^n + 3 \cdot 7^n) = 1$ ($n \in \mathbb{N}$)

4. Probar que la ecuación $7x^2 + 2 = y^3$ no tiene solución en \mathbb{Z}

5. Sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la sucesión de números reales definida por

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(1 - \sum_{i=1}^n a_i \right) \quad (n \in \mathbb{N})$$

Conjeturar una fórmula para el término general y probarla por inducción.

6. Probar que $\binom{2n}{n} > n \cdot 2^n$ para todo $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 4$.

POR FAVOR, JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS