

TEMA 1

1	2	3	4	5	6

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO:

NO. DE LIBRETA:

CARRERA:

ALGEBRA – RECUPERATORIO DEL PRIMER PARCIAL (19/12/01)

- 1.– Se denota por \mathbb{P} el conjunto de los números naturales **pares**. Se define la siguiente relación \mathfrak{R} en el conjunto $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ de partes de \mathbb{N} :

$$A \mathfrak{R} B \iff (A \cap B) \cup (A' \cap B') \subseteq \mathbb{P}.$$

- (a) Probar que el conjunto vacío está relacionado con \mathbb{N} y con el conjunto de los números impares.
(b) Analizar si \mathfrak{R} es una relación reflexiva, simétrica, antisimétrica o transitiva.

- 2.– Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, vale:

$$\sum_{i=1}^n \frac{2^i}{i} \leq n! + 1$$

- 3.– Sea la sucesión definida por

$$a_0 := 0, \quad a_1 := 3, \quad a_n := a_{n-1} + a_{n-2} \quad (\forall n \geq 2).$$

Conjeturar y probar una fórmula para el término general a_n utilizando los números de Fibonacci F_n (se recuerda que $F_0 := 0$, $F_1 := 1$ y $F_n := F_{n-1} + F_{n-2}, \forall n \geq 2$).

- 4.– ¿Cuántas de las permutaciones de la palabra CONSTITUCION satisfacen que no aparecen dos O consecutivas?

- 5.– Hallar el resto de la división por 15 de:

$$\sum_{k=0}^{50} 2^{k!}.$$

- 6.– Determinar, según los valores de $a \in \mathbb{Z}$, el valor de $(a^2 + 10 : 45)$.

Justifique todas sus respuestas.