

1	2	3	4	5

TEMA 1

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO:

NO. DE LIBRETA:

CARRERA:

ALGEBRA – RECUPERATORIO PRIMER PARCIAL (20/12/03)

1.- Sea  $\mathfrak{R}$  la relación en  $\mathcal{P}(\mathbb{Z})$  definida por

$$A \mathfrak{R} B \iff A \cap B \subseteq \mathbb{N}.$$

Estudiar si  $\mathfrak{R}$  es una reflexiva, simétrica, antisimétrica y transitiva.

2.- Probar que para todo  $n \in \mathbb{N}$  vale:

$$\prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{1}{2^i}\right) \geq 2 - \frac{1}{2^n}.$$

3.- Probar que para todo  $n \in \mathbb{N}$ , se tiene que

$$\sum_{i=n+1}^{2n} i \cdot i! = (2n+1)! - (n+1)!$$

4.- ¿ Cuántas números de exactamente 5 cifras hay que verifican simultáneamente que la suma de los dígitos es igual a 10 y que son múltiplos de 5 ?

5.- Resolver la ecuación diofántica

$$126X + 266Y = 588,$$

y hallar todas las soluciones  $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$  tales que  $x + y$  es un número primo.

**Justifique todas sus respuestas.**