

**Tema 1**

1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO:

NO. DE LIBRETA:

CARRERA:

**ALGEBRA 1 – RECUPERATORIO 1ER PARCIAL (21/07/04)**

- (1) Se define la siguiente relación  $\mathfrak{R}$  en el conjunto  $\mathcal{P}(\mathbb{Z})$  de partes de  $\mathbb{Z}$ :

$$A \mathfrak{R} B \iff A \cap \mathbb{N} = B \cap \mathbb{N}.$$

Mostrar que  $\mathfrak{R}$  es una relación de equivalencia y determinar todos los subconjuntos de  $\mathbb{Z}$  relacionados con el  $\emptyset$  (o sea la clase de equivalencia de  $\emptyset$ ).

- (2) Probar que para todo  $n \in \mathbb{N}$  se satisface:

$$\sum_{i=1}^n i^4 \geq \frac{n^5}{5}.$$

- (3) ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de PAPELON con la condición de que las tres vocales no estén juntas?

- (4) Sea  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$  la función definida recursivamente por

$$f(1) = 6, f(2) = 4 \text{ y } f(n+2) = n(n+1)f(n+1) + 4f(n) - f(n+1)f(n) \text{ para } n \in \mathbb{N}.$$

Probar que  $2^n \mid f(n)$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ . ¿Es  $f$  suryectiva?

- (5) Hallar los posibles valores de  $(a^2 + a - 4 : a + 1)$  para  $a \in \mathbb{Z}$  y para cada valor  $d$  hallado, determinar los  $a \in \mathbb{Z}$  que satisfacen que  $(a^2 + a - 4 : a + 1) = d$ .

**Justifique todas sus respuestas.**