

TEMA 1

1	2	3	4	5	6

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO:

NO. DE LIBRETA:

CARRERA:

ALGEBRA I – SEGUNDO RECUPERATORIO DEL PRIMER PARCIAL (21/12/05)

1. Sea \mathcal{R} la relación en $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ definida por

$$A \mathcal{R} B \iff (A \cup B) \cap \{1, 2, 3\} \subseteq (A \cap B) \cap \{1, 2, 3\}$$

Determinar si \mathcal{R} es reflexiva, simétrica, antisimétrica o transitiva. En cada caso justificar la respuesta.

2. Probar que $\sum_{i=1}^{2n} \frac{i}{i+1} \leq 2n - 1$ para todo $n \geq 2$

3. ¿De cuántas maneras se pueden colocar 15 bolitas rojas **indistinguibles** y 19 bolitas verdes **numeradas** en 10 cajas distintas con la condición de que en cada caja haya al menos una bolita roja y en la tercera caja haya por lo menos 4 bolitas verdes?
4. ¿De cuántas maneras pueden sentarse en una mesa circular 13 familias, cada una integrada por padre, madre y un hijo, con la condición de que los 3 integrantes de cada familia se sienten juntos?
5. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $a \equiv 3 \pmod{4}$. Hallar $(13a^{n+1} + 7a : 8a^n + 4)$, para cada $n \in \mathbb{N}$
6. Hallar todos los $a, b \in \mathbb{Z}$ tales que $5 \mid a$, $8 \mid b + 1$ y $3a + 10b = 55$

Justifique todas sus respuestas.