

Algebra I
Recuperación Primer Parcial (22-12-04)

Nombre y apellido:

Turno:

1	2	3	4	5

Tema 1

1. Sea X un conjunto de 20 elementos y sea Y un subconjunto de X de 9 elementos. Se define en $\mathbb{P}(X)$ la siguiente relación:

$$A \sim B \Leftrightarrow A \cap Y = B \cap Y.$$

- i) Probar que \sim es una relación de equivalencia.
ii) Calcular el cardinal de la clase de equivalencia de \emptyset .
2. Si $n \in \mathbb{N}_0$, demostrar que

$$\sum_{i=n}^{2n} \frac{1}{3^i} = \frac{3^{n+1} - 1}{2 \cdot 3^{2n}}.$$

3. ¿ De cuántas maneras pueden ubicarse 5 letras A , 7 letras B y 8 letras C en 6 renglones ?
4. Hallar todos los pares $(a, b) \in \mathbb{N}^2$ tales que $a < b \leq 90$, $(a : b) = 10$ y $a + b \equiv 5 \pmod{25}$.
5. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $(a^2 - 1 : 15) = 1$. Probar que $45 \mid a^2(a^2 + 16)$.

Nota. Justifique debidamente todas sus respuestas.

Algebra I
Recuperación Primer Parcial (22-12-04)

Nombre y apellido:

Turno:

1	2	3	4	5

Tema 2

1. Sea X un conjunto de 22 elementos y sea Y un subconjunto de X de 12 elementos. Se define en $\mathbb{P}(X)$ la siguiente relación:

$$A \sim B \Leftrightarrow A \cup Y = B \cup Y.$$

- i) Probar que \sim es una relación de equivalencia.
 - ii) Calcular el cardinal de la clase de equivalencia de \emptyset .
2. Si $n \in \mathbb{N}_0$, demostrar que

$$\sum_{i=n}^{2n} \frac{1}{2^i} = \frac{2^{n+1} - 1}{4^n}.$$

3. ¿ De cuántas maneras pueden ubicarse 5 letras A , 6 letras B y 6 letras C en 5 renglones ?
4. Hallar todos los pares $(a, b) \in \mathbb{N}^2$ tales que $a < b < 130$, $(a : b) = 15$ y $a + b \equiv 20 \pmod{25}$.
5. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $(a^2 - 1 : 21) = 1$. Probar que $63 \mid a^2(a^4 + a^2 + 1)$.

Nota. Justifique debidamente todas sus respuestas.