

Álgebra I - Primer Cuatrimestre 2003

Recuperatorio Primer Parcial - Tema 1

Apellido y nombre:

Número Libreta:

Turno:

1	2	3	4	5	Calif.

- (1) Sean $a, b, c \in \mathbb{Z}$ tales que

$$13a^{36} - 3b^{12} = c^{48}$$

Probar que $35|a.b.c$.

- (2) Probar que

$$\sum_{i=1}^n (i-1)!(2i+1) > 2^{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 3$$

- (3) Hallar todas las soluciones módulo 16 de la ecuación

$$10X \equiv 8 \pmod{16}$$

- (4) Se han invitado a 100 personas para una fiesta de casamiento. Se dispone de 10 mesas redondas con 10 sillas cada una. Si nos interesa armar los grupos que van en cada mesa y también nos interesa en qué orden están sentados en las mesas pero no en qué mesa se sienta cada grupo (es decir, mesas indistinguibles y personas distinguibles), ¿de cuántas formas distintas se pueden ubicar?

- (5) Sea $p \in \mathbb{N}$ primo y sea $A = \{1, 2, 3, \dots, p-1\}$. Definimos en A la relación

$a\mathcal{R}b$ si y sólo si la ecuación $X^2 \equiv a.b \pmod{p}$ tiene solución en A

Probar que \mathcal{R} es relación de equivalencia.

Justificar todas las respuestas