

1	2	3	4	5

TEMA 1

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO:

NO. DE LIBRETA:

CARRERA:

ALGEBRA – RECUPERATORIO SEGUNDO PARCIAL (13/12/03)

1.– Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ no nulos. Mostrar que si $(a : b) = 3$, entonces

$$(5^2 a^3 b : a^4 + b^4) = 3^4.$$

2.– Hallar todos los enteros a que satisfacen simultáneamente

$$\begin{cases} 6a \equiv 2^{117} \pmod{20} \\ 14a \equiv 3 \pmod{15} \end{cases}$$

3.– Determinar la forma binomial (o binómica) de todos los $z \in \mathbb{C}$ que verifican que

$$z^2 + 1 = (z - i)^7(z + i).$$

4.– Determinar la cantidad de raíces **distintas** que tiene en \mathbb{C} el polinomio

$$X^{15} - 15X - 14.$$

5.– Determinar para qué valores de a el polinomio

$$X^3 - 2aX^2 - a^2X + 2a$$

tiene dos raíces cuyo producto es igual a 2. Para cada valor de a hallado, factorizar el polinomio correspondiente en $\mathbb{C}[X]$.

Justifique todas sus respuestas.