

Nombre y Apellido:
Número de libreta:
Turno:

Algebra I - 2005 - Primer Cuatrimestre
1er. Recuperatorio del Segundo Parcial
Tema 1

- (1) Hallar todos los $k \in \mathbb{R}$ para los cuales

$$f = x^{120} - 6kx^{20} + 10k$$

tiene alguna raíz múltiple.

- (2) Caracterizar

$$\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1 \text{ y } \arg(z^3) = \arg(-z)\}$$

- (3) Sea $\omega \neq 1$, $\omega \in G_5$. Probar que si ω es raíz del polinomio

$$f = 2x^{2n+2} + x^{2n} - 2x^2 - 1$$

entonces $5 \mid n$. Si $\nu \in G_6$ y $\nu \neq 1$, ¿vale que $6 \mid n$?

- (4) Hallar todos los enteros a, b que verifican simultáneamente:

$$(a : b) = b - 2a, \quad [a : b] = 83a, \quad 200 \leq a, b \leq 600$$

- (5) Sea $a \in \mathbb{Z}$. Hallar el resto de a en la división por 70 sabiendo que es impar y que $(3a^{13} + 10 : 280) = 35$.

- (6) Sea $f = X^6 - 3X^4 - (2 + 3i)X^3 + 9iX + 6i \in \mathbb{C}[X]$. Hallar todas las raíces de f en \mathbb{C} sabiendo que f tiene (al menos) una raíz real.

POR FAVOR, JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS