

**TEMA 1**

1	2	3	4	5	6

APELLIDO Y NOMBRE:

TURNO:

NO. DE LIBRETA:

CARRERA:

## ALGEBRA – RECUPERATORIO DEL SEGUNDO PARCIAL (19/12/01)

1.– Resolver el sistema de ecuaciones de congruencia

$$\begin{cases} 55x \equiv 30 & (\text{mod } 60) \\ 5x \equiv 2 & (\text{mod } 8) \\ 10x \equiv 180 & (\text{mod } 66) \end{cases}$$

2.– Caracterizar los  $a \in \mathbb{Z}$  que verifican que  $(5a^{98} - a : 7a) \neq a$ .3.– Sean  $z, \omega \in G_5$ . Probar que  $(z^{16} + \omega^{41})^5 \in \mathbb{R}$ .4.– Determinar para qué valores de  $a, b \in \mathbb{Z}$  el polinomio

$$2aX^3 + 9bX^2 - 60X - (250a + 225b - 300)$$

admite a 5 como raíz múltiple, y para esos valores factorizar el polinomio en  $\mathbb{Q}[X]$ .5.– Hallar todos los  $z \in \mathbb{C}$  que verifican simultáneamente

$$|z^3| = 3|\bar{z}| + 2 \quad \text{y} \quad 2z^5 = (1 + \sqrt{3}i)\bar{z}^5.$$

6.– Sean  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$  y sea

$$f = 3X^{120} + \sqrt{6}X^{19} + \beta X^{11} + \sqrt{6}X^9 + 3X^2 + \alpha, \quad g = \frac{1}{4}X^2 + \frac{1}{4} \quad \text{y} \quad r = 5X + 2.$$

Determinar los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  para los cuales el resto de dividir  $f$  por  $g$  sea  $r$ .**Justifique todas sus respuestas.**