

Algebra I
Recuperación Segundo Parcial (22-12-04)

Nombre y apellido:

Turno:

1	2	3	4	5

Tema 1

1. Si $a \in \mathbb{Z}$, determinar los posibles valores del resto de dividir $7a^{100} - 3$ por 55.
2. Hallar módulo y argumento de todos los números complejos z que satisfacen la ecuación

$$(1 - z)^4 = (1/2 - z)^2.$$

3. Sea w una raíz duodécima primitiva de 1. Probar que

$$\operatorname{Re}(w + w^2 + w^3 + w^4 + w^5) = 0.$$

4. Exhibir un polinomio $g \in \mathbb{Q}[X]$, de grado mínimo, satisfaciendo simultáneamente las siguientes condiciones:

i) $(g : g') = X^8 + X^6$

ii) $g(1 - \sqrt{2}) = 0$.

5. Factorizar en $\mathbb{Q}[X]$, $\mathbb{R}[X]$ y $\mathbb{C}[X]$ el polinomio

$$X^6 - X^5 + 3X^4 - 4X^3 - 4X - 4,$$

sabiendo que tiene dos raíces cuya suma es 0 y cuyo producto es 2.

Nota. Justifique debidamente todas sus respuestas.

Algebra I
Recuperación Segundo Parcial (22-12-04)

Nombre y apellido:

Turno:

1	2	3	4	5

Tema 2

1. Si $a \in \mathbb{Z}$, determinar los posibles valores del resto de dividir $5a^{96} - 9$ por 119.
2. Hallar módulo y argumento de todos los números complejos z que satisfacen la ecuación

$$(z + 1/2)^2 = (z + 1)^4.$$

3. Sea w una raíz décima primitiva de 1. Probar que

$$\operatorname{Re}(w + w^2 + w^3 + w^4) = 0.$$

4. Exhibir un polinomio $g \in \mathbb{Q}[X]$, de grado mínimo, satisfaciendo simultáneamente las siguientes condiciones:

i) $(g : g') = X^7 + 4X^5$

ii) $g(\sqrt{3} + 1) = 0$.

5. Factorizar en $\mathbb{Q}[X]$, $\mathbb{R}[X]$ y $\mathbb{C}[X]$ el polinomio

$$X^6 + X^5 + 5X^4 + 6X^3 + 3X^2 + 9X - 9,$$

sabiendo que tiene dos raíces cuya suma es 0 y cuyo producto es 3.

Nota. Justifique debidamente todas sus respuestas.