
ALGEBRA I

Segundo Cuatrimestre — 2006

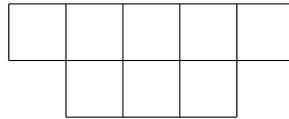
Práctica 3: Combinatoria

1. ¿Cuántos números de cinco cifras se pueden formar utilizando los dígitos 1, 2, 3, 5, 6, 7 y 9 con la condición de que
 - a) todas las cifras sean distintas?
 - b) todas las cifras sean iguales?
 - c) el número obtenido sea mayor que 32992?
 - d) el número obtenido sea múltiplo de 4?
 - e) el número obtenido sea capicúa?
 - f) el número obtenido sea par y capicúa?
2. Un bolillero contiene n bolillas numeradas de 1 a n . Si primero se extrae una bolilla y luego se lanza una moneda tantas veces como indique la bolilla, ¿cuántos resultados posibles hay?
3. De una caja que contiene 122 bolillas numeradas de 1 a 122 se extraen cinco bolillas. ¿Cuántos resultados posibles hay si
 - a) las bolillas se extraen una a la vez, sin reposición?
 - b) las bolillas se extraen todas juntas?
4. ¿De cuántas maneras pueden sentarse 129 personas en un teatro que tiene 152 asientos numerados?
5. ¿Cuántos números de cinco cifras se pueden formar utilizando los dígitos 1, 2, 3, 5, 6, 7 y 9 con la condición de que
 - a) la cantidad de cifras impares sea par?
 - b) exactamente tres de las cifras sean iguales a 6?
 - c) por lo menos tres de las cifras sean iguales a 6?
 - d) exactamente tres de las cifras sean menores que 6?
6. En el primer piso de una empresa trabajan 30 hombres y 17 mujeres y en el segundo piso trabajan 25 hombres y 33 mujeres. ¿De cuántas maneras se puede formar un equipo de tres personas, dos hombres y una mujer, si
 - a) todas las personas del equipo deben pertenecer al mismo piso?
 - b) debe haber al menos una persona de cada piso?
 - c) la mujer debe pertenecer al segundo piso?

7. ¿De cuántas maneras pueden ubicarse 19 bolillas numeradas en tres cajas distintas?. ¿De cuántas, si la primera caja no puede quedar vacía? ¿De cuántas, si no puede quedar ninguna caja vacía?
8. ¿De cuántas maneras se pueden sentar 20 hombres y 20 mujeres en un teatro que tiene 11 filas de 40 asientos cada una si todos deben estar sentados en la misma fila y dos personas del mismo sexo no pueden tener asientos contiguos?
9. ¿De cuántas maneras se pueden sentar 8 personas alrededor de una mesa circular?
10. ¿Cuántas palabras (anagramas) se pueden formar
 - a) permutando las letras de MANTEL?
 - b) permutando las letras de MAQUINARIA?
 - c) permutando las letras de ASERRADEROS?
11. ¿Cuántas palabras se pueden formar permutando las letras de CUADROS
 - a) con la condición de que todas las vocales estén juntas?
 - b) con la condición de que las consonantes mantengan el orden relativo original?
 - c) con la condición de que nunca haya dos (o más) consonantes juntas?
12. ¿Cuántas palabras se pueden formar permutando las letras de BIBLIOTECARIA
 - a) con la condición de que todas las vocales estén juntas?
 - b) con la condición de que la T esté a la derecha de la C?
 - c) con la condición de que la T esté a la derecha de la C y la C a la derecha de la R?
 - d) con la condición de que las dos A estén juntas?
13.
 - a) ¿Cuántas palabras de seis letras se pueden formar con las letras de REPELER?
 - b) ¿Cuántas palabras de cuatro letras se pueden formar con las letras de REPETIR con la condición de que contengan al menos una vocal?
14. ¿Cuántos números mayores que 10000000 se pueden obtener permutando los dígitos de 11122000? ¿Cuántos mayores que 1000000? ¿Cuántos mayores que 100000?
15. ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con los dígitos 1, 3, 4, 5, 7 y 8 con la condición de que la suma de las cifras sea impar si
 - a) los dígitos no se pueden repetir?
 - b) los dígitos se pueden repetir?

16. Un grupo de 11 personas quieren viajar a Salta en tres autos de distintos colores. Determinar de cuántas maneras pueden ubicarse en los autos, sabiendo que sólo 5 de ellos saben conducir y que en cada auto caben a lo sumo 4 personas, si
- el orden en que se ubican las personas dentro de cada auto no importa (salvo, claro, el del conductor)
 - interesa el orden en que las personas se ubican dentro de cada auto.

17. ¿De cuántas maneras pueden pintarse los ocho cuadraditos del diagrama



si se dispone de once colores y se impone la condición de que si dos cuadraditos tienen un lado en común entonces deben estar pintados de distinto color?

18. Sea A un conjunto con $3n$ elementos. ¿Cuántas relaciones de equivalencia pueden definirse en A que cumplan la condición de que para todo $a \in A$ la clase de equivalencia de a tenga n elementos?
19. Dadas dos rectas paralelas en el plano, se marcan n puntos distintos sobre una y m puntos distintos sobre la otra, ¿cuántos triángulos se pueden formar con vértices en esos puntos?
20.
 - Calcular la suma de las permutaciones de 62849.
 - Calcular la suma de las permutaciones de 115339.
21. ¿De cuántas maneras se pueden ubicar 22 bolitas indistinguibles en 9 cajas numeradas con la condición de que
- ninguna caja debe quedar vacía?
 - la quinta caja debe quedar vacía?
 - la tercera caja debe quedar vacía y la sexta debe contener exactamente 3 bolitas?
 - queden exactamente dos cajas vacías?
 - queden a lo sumo tres cajas vacías?
 - queden por lo menos cuatro cajas vacías?
 - la primera caja debe contener exactamente 4 bolitas, la tercera debe contener por lo menos 5 bolitas y la última caja debe contener a lo sumo una bolita?
22. ¿De cuántas maneras se pueden ubicar 22 bolitas indistinguibles en 59 cajas numeradas con la condición de que cada caja debe contener a lo sumo una bolita?
23. ¿De cuántas maneras se pueden ubicar 9 bolitas rojas y 95 bolitas negras en 15 cajas numeradas con la condición de que cada caja debe contener a lo sumo una bolita roja y por lo menos tres bolitas negras?

24. Se extraen 23 bolitas de una caja que contiene 100 bolitas blancas, 100 bolitas azules, 100 bolitas negras y 100 bolitas rojas. ¿Cuántos resultados posibles hay?
25. a) ¿De cuántas maneras se puede descomponer un número natural n como suma de k números enteros mayores o iguales que cero? Por ejemplo, si $k = 3$ y $n = 4$ se tienen las siguientes 15 descomposiciones:
- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0+0+4 | 0+1+3 | 0+2+2 | 0+3+1 | 0+4+0 |
| 1+0+3 | 1+1+2 | 1+2+1 | 1+3+0 | 2+0+2 |
| 2+1+1 | 2+2+0 | 3+0+1 | 3+1+0 | 4+0+0 |
- b) ¿De cuántas maneras se puede descomponer un número natural n como suma de k números naturales? Por ejemplo, si $k = 3$ y $n = 5$ se tienen las siguientes 6 descomposiciones:
- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1+1+3 | 1+2+2 | 1+3+1 |
| 2+1+2 | 2+2+1 | 3+1+1 |
26. a) ¿De cuántas maneras se puede descomponer a 86 como suma de 7 números naturales pares?
 b) ¿De cuántas maneras se puede descomponer a 100 como suma de 8 números naturales impares?
27. Sea A un conjunto con n elementos.
- ¿Cuántas relaciones pueden definirse en A ?
 - ¿Cuántas relaciones que sean reflexivas pueden definirse en A ?
 - ¿Cuántas relaciones que sean reflexivas y simétricas pueden definirse en A ?
 - ¿Cuántas relaciones que sean antisimétricas pueden definirse en A ?
 - ¿Cuántas relaciones que sean reflexivas y antisimétricas pueden definirse en A ?
28. ¿Cuántos números de tres cifras distintas se pueden formar con los dígitos 1, 3, 5, 6, 7, 8 y 9 tales que el producto de sus cifras sea
- múltiplo de 14?
 - múltiplo de 2 pero no de 4?
 - múltiplo de 9?
29. Calcular la probabilidad de que al extraer una carta de un mazo de 40 cartas españolas la carta extraída:
- sea un as;
 - sea de copas;
 - sea una figura;
 - sea un as o sea de copas;
 - sea el as de copas.

30. Se extraen tres cartas de un mazo de 40 cartas españolas. Calcular la probabilidad de que
- a) salgan más pares que impares;
 - b) todas sean caballos;
 - c) todas sean de copas;
 - d) ninguna sea de copas;
 - e) al menos una sea un as.
31. Calcular la probabilidad de que al arrojar dos dados, uno rojo y uno verde,
- a) en el dado rojo salga un número menor que 4;
 - b) en ambos dados salga el mismo número;
 - c) en el dado rojo salga un número menor que en el dado verde.
32. Se arroja una moneda 7 veces. Calcular la probabilidad de que
- a) salga una cantidad impar de caras;
 - b) salgan exactamente 5 caras;
 - c) salgan por lo menos 4 caras.
33. Se elige al azar una permutación del número 1234567. Calcular la probabilidad de que:
- a) el número elegido sea par;
 - b) el número elegido sea par pero no múltiplo de 4;
 - c) el número elegido sea capicúa.
34. De un bolillero que contiene 100 bolillas numeradas de 1 a 100 se extraen, sin reposición, primero una bolilla, luego otra, etc, hasta que el bolillero queda vacío. Calcular la probabilidad de que la bolilla número 3 salga antes que la número 45.
35. De una caja que contiene 100 bolillas numeradas de 1 a 100 se extraen cinco bolillas, una a una y sin reposición. Calcular la probabilidad de que:
- a) la suma de los números de las bolillas extraídas sea 15;
 - b) todos los números de las bolillas extraídas sean pares;
 - c) la suma de los números de las dos primeras bolillas extraídas sea 8.



Pierre-Simon Laplace
1749–1827, Francia