

# Ejercicios (domiciliarios) adicionales - Álgebra II

2do. cuatrimestre 2001

1. Sea  $A$  un anillo noetheriano,  $M$  un  $A$ -módulo finitamente generado, demuestre que existe una sucesión exacta (que eventualmente no termina nunca) del tipo

$$\cdots \rightarrow L_n \rightarrow \cdots \rightarrow L_2 \rightarrow L_1 \rightarrow L_0 \rightarrow M \rightarrow 0$$

en donde los  $L_i$  son todos  $A$ -módulos libres finitamente generados.

2. Sea  $A$  un anillo (conmutativo) íntegro,  $M$  un  $A$ -módulo divisible y sin torsión, demuestre entonces que  $M$  es  $A$ -inyectivo.
3. Sea  $A$  un anillo cualquiera, considerar el siguiente diagrama conmutativo de  $A$ -módulos:

$$\begin{array}{ccccc} P & \xrightarrow{f} & L & \xrightarrow{g} & M \\ & & \downarrow & & \downarrow \\ N' & \longrightarrow & N & \longrightarrow & N'' \end{array}$$

donde  $f \circ g = 0$ , la fila de abajo es exacta en  $N$ , y  $P$  es proyectivo. Demuestre que existe un morfismo  $P \rightarrow N'$  tal que el nuevo cuadrado del diagrama es conmutativo.

Fechas de entrega: 14 y/o 21 de diciembre.