

**ALGEBRA II - Práctica N°3 - Tercera Parte - Primer cuatrimestre de 2003**

**Grupos resolubles**

**Ejercicio 1.** Sea  $G$  un grupo y sea  $H \triangleleft G$ . Probar que  $G$  es resoluble si y sólo si  $H$  y  $G/H$  son resolubles.

**Ejercicio 2.** Sean  $p$  y  $q$  primos distintos. Probar las siguientes afirmaciones:

- i) Todo grupo de orden  $pq$  es resoluble.
- ii) Todo grupo de orden  $p^2q$  es resoluble.
- iii) Si  $p$  y  $q$  son impares, todo grupo de orden  $2pq$  es resoluble.
- iv) Todo grupo de orden menor que 60 es resoluble.

**Ejercicio 3.** Dado  $G$  un grupo, se define la sucesión de subgrupos  $\{G^{(n)}\}_{n \in \mathbb{N}_0}$  recursivamente de la siguiente manera:

$$\begin{cases} G^{(0)} = G \\ G^{(n+1)} = [G^{(n)}, G^{(n)}] \quad \forall n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

Probar que  $G$  es resoluble si y sólo si existe  $k \in \mathbb{N}$  tal que  $G^{(k)} = \{1\}$ .