Algebra II - Práctica 4.

Segundo cuatrimestre de 2003.

1. Probar que si G es un grupo resoluble, todo subgrupo de G también lo es.
2. Sea G un grupo y sea $H \triangleleft G$. Probar que G es resoluble si y sólo si H y G/H son resolubles.
3. Probar que todo $p-$grupo es resoluble.
4. Sean p y q primos distintos. Probar las siguientes afirmaciones:
   (a) Todo grupo de orden pq es resoluble.
   (b) Todo grupo de orden p^2q es resoluble.
   (c) Si p y q son impares, todo grupo de orden $2pq$ es resoluble.
   (d) Todo grupo de orden menor que 60 es resoluble.
5. Dado G un grupo finito, se define la sucesión de subgrupos $\left\{G^{(n)}\right\}_{n\in\mathbb{N}_0}$ recursivamente de la siguiente manera:

$$\begin{cases} G^{(0)} & = & G \\ G^{(n+1)} & = & [G^{(n)}, G^{(n)}] \ \forall\ n\ \in \mathbb{N} \end{cases}$$

   Probar que G es resoluble si y sólo si existe $k \in \mathbb{N}$ tal que $G^{(k)} = \{1\}$.
6. Probar que, para todo $n \geq 5$, S_n no es resoluble.