Algebra II - Práctica 7

1er. Cuatrimestre 2004

Módulos Artinianos

(1) (a) $\mathbb{Z}$ y $k[x]$ (k cuerpo) son anillos noetherianos (práctica anterior) pero no artinianos.
   (b) Si V es un k-espacio vectorial, V es artiniano si y sólo si $dim_k(V) < \infty$.
   (c) G_{p^∞} es un $\mathbb{Z}$-módulo artiniano que no es noetheriano.

(2) Sea A un anillo artiniano, entonces $M_n(A)$ es un anillo artiniano (sug.: usar la caracterización de ideales a izquierda de $M_n(A)$).

(3) Si A es un dominio integro artiniano entonces A es un cuerpo.

(4) G un $\mathbb{Z}$-módulo artiniano entonces G es de torsion. G es noetheriano y artiniano si y sólo si G es finito.

(5) Sean B, C y D A-módulos, y $0 \to B \to C \to D \to 0$ una S.E.C. de A-módulos, entonces C es artiniano si y sólo si B y D lo son.

(6) Sea A un submódulo de un módulo B entonces B es artiniano si y sólo si A y B/A lo son.

(7) Sea $A := \left\{ \begin{pmatrix} d & r \\ 0 & s \end{pmatrix} \mid d \in \mathbb{Q} \text{ y } r, s \in \mathbb{R} \right\}$. Probar que A es un anillo artiniano a derecha pero no a izquierda.

(8) Sean A y B anillos, y $\psi : A \to B$ un morfismo de anillos suryectivo. Si A es artiniano, B lo es.