

Apellido:

Nombre:

LUNro.:

1a	1b	1c	2a	2b	2c	3a	3b	3c

Álgebra III

Primer Parcial - Jueves 13 - 13 hs - Aula Magna Pab. I
1er. Cuatrimestre - 2004

1. Sea K el cuerpo de descomposición de $x^3 - 24 \in \mathbb{Q}[x]$.
 - a) Calcule $[K : \mathbb{Q}]$, halle una \mathbb{Q} -base de K .
 - b) Calcule $G(K/\mathbb{Q})$.
 - c) Determine el conjunto de *todas* las subextensiones. Para cada una de ellas, exhiba una \mathbb{Q} -base. Cuáles son isomorfas entre si? halle el isomorfismo cuando corresponda. cuáles son normales? determine el grupo de Galois de las normales.
2. Sea E un cuerpo y $D : E \rightarrow E$ una derivación, es decir $D(a + b) = D(a) + D(b)$ y $D(ab) = aD(b) + D(a)b$ para todo par a, b en E y sea $K := \text{Ker}(D)$ (observar que K es un subcuerpo).
 - a) Si $\text{ch}(K) = p > 0$, y $a \in E$ es tal que existe $b \in E$ con $a = b^p$, muestre que $D(a) = 0$.
 - b) Si E es un cuerpo finito, entonces $D \equiv 0$.
 - c) Supongamos ahora $\text{ch}(K) = 0$. Si $a \in E$ es tal que $D(a) \neq 0$, muestre entonces que a es trascendente sobre K .
3. Sea K el menor subcuerpo de \mathbb{C} que contiene a $\sqrt{2 + \sqrt{5}}$.
 - a) Calcular $[K : \mathbb{Q}]$.
 - b) Es K normal? si no lo es, halle el menor subcuerpo de \mathbb{C} que contenga a K y sea normal. Llamemos E a este cuerpo.
 - c) Calcular $[E : \mathbb{Q}]$ y $G(E/\mathbb{Q})$. Cuál es el subgrupo de $G(E/\mathbb{Q})$ que se corresponde con K ?