

Algebra III

Práctica 9 - Primer cuatrimestre de 2006

Ejercicio 1. Sea K un cuerpo y sean α algebraico sobre K y t trascendente sobre K . Probar que $\text{irr}(\alpha, K) = \text{irr}(\alpha, K(t))$ y que $[K[\alpha] : K] = [K(t)[\alpha] : K(t)]$.

Ejercicio 2. Sean L_1 y L_2 dos subextensiones de E/K . Probar que:

$$\text{trdeg}(L_1 L_2 / K) \leq \text{trdeg}(L_1 / K) + \text{trdeg}(L_2 / K).$$

Dar un ejemplo donde no valga la igualdad.

Ejercicio 3. Sea E un cuerpo algebraicamente cerrado y sea K un subcuerpo. Sea $\varphi : E \rightarrow E$ un K -homomorfismo. Probar que si $\text{trdeg}(E/K) < \infty$ entonces φ es un isomorfismo. Mostrar que esto no vale si $\text{trdeg}(E/K) = \infty$.

Ejercicio 4. Sea t trascendente sobre \mathbb{C} y sea K la clausura algebraica de $\mathbb{C}(t)$. Probar que $K \simeq \mathbb{C}$.

Ejercicio 5. Sea K un cuerpo y E una K -álgebra finitamente generada. Probar que si E es un cuerpo entonces E/K es una extensión algebraica.