Nombre y Apellido: ....

Libreta: .... Carrera: ....

Análisis I — Examen final

Segundo Cuatrimestre de 2005

1	2	3	4	5

1. Si $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ es continua y es tal que $f(a)<0<f(b)$, probar que entonces existe $c\in(a,b)$ tal que $f(c)=0$.

2. Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ diferenciable en P y P un extremo local de f. Probar que $\nabla f(P)=0$.

3. Sea (a_n) una sucesión convergente y $a=\lim_{n\to\infty} a_n$. Analizar la convergencia de

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-a)^n a_n.$$

4. Sean $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ de clase $\mathcal{C}^1$, que satisfacen

   a) $f(0)=g(0)$,

   b) $f'(0)<g'(0)$.

   Probar que existe $\delta>0$ tal que

$$\begin{cases} \text{si } 0<t<\delta & \text{entonces } f(t)<g(t) \\ \text{si } -\delta<t<0 & \text{entonces } f(t)>g(t) \end{cases}$$

5. Sea

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{(e^x-1)y^2}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

   a) Analizar continuidad, existencia de derivadas direccionales y diferenciabilidad de f en $(0,0)$.

   b) Determinar los vectores unitarios $v\in\mathbb{R}^2$ para los cuales $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$ alcanza su máximo y su mínimo valor.

Justificar todas las respuestas