

Nombre y Apellido:

Libreta: Carrera: Turno (M|T|N):

ANÁLISIS I — SEGUNDO PARCIAL
SEGUNDO CUATRIMESTRE DE 2005 – 6/12/05 – TEMA 1

1	2	3	4

1. a) Calcular los $x \in \mathbb{R}$ para los que la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n 6^n} (x-3)^n$ converge.
b) Sean $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n 6^n} (x-3)^n$ y $g: (-1, 5) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = f(2x-1)$.
Calcular $g^{(n)}(2)$ para todo n y el desarrollo de g en series de potencias en $x_0 = 2$.
2. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = ye^{x-1} + x^2 - 3xy + y - 2$.
a) Calcular el plano tangente al gráfico de f en $(1, 2)$.
b) Sea $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ diferenciable que cumple que $g(-3) = (1, 2)$ y $Dg(-3) = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$.
Calcular $D(g \circ f)(1, 2)$ y $D(f \circ g)(-3)$.
3. Sea $f(x, y) = x^3 - 2ax^2y + 3bxy + y^2 + 1$.
a) Calcular el polinomio de Taylor de f de segundo grado en $(x_0, y_0) = (2, -1)$.
b) Determinar a y b para que el plano tangente a la superficie $z = f(x, y)$ en el punto $(2, -1, z_0)$ sea horizontal.
Para los valores de a y b hallados, determinar si f alcanza un extremo relativo en $(x_0, y_0) = (2, -1)$.
4. Sea
$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^n}{x^4+y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$
¿Para qué valores de $n \in \mathbb{N}$ resulta f diferenciable?

Justificar todas las respuestas

Nombre y Apellido:

Libreta: Carrera: Turno (M|T|N):

ANÁLISIS I — SEGUNDO PARCIAL
SEGUNDO CUATRIMESTRE DE 2005 – 6/12/05 – TEMA 2

1	2	3	4

1. Sea $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x, y) = xe^{y-1} + y^2 - 3yx + x - 2$.
- a) Calcular el plano tangente al gráfico de g en $(2, 1)$.
- b) Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ diferenciable que cumple que $f(-3) = (2, 1)$ y $Df(-3) = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$.
Calcular $D(f \circ g)(2, 1)$ y $D(g \circ f)(-3)$.

2. Sea

$$h(x, y) = \begin{cases} \frac{y^n}{y^4+x^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

¿Para qué valores de $n \in \mathbb{N}$ resulta h diferenciable?

3. Sea $g(x, y) = y^3 - 2bxy^2 + 3axy + x^2 + 1$.
- a) Calcular el polinomio de Taylor de g de segundo grado en $(x_0, y_0) = (-1, 2)$.
- b) Determinar a y b para que el plano tangente a la superficie $z = g(x, y)$ en el punto $(-1, 2, z_0)$ sea horizontal.
Para los valores de a y b hallados, determinar si g alcanza un extremo relativo en $(x_0, y_0) = (-1, 2)$.
4. a) Calcular los $x \in \mathbb{R}$ para los que la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n 6^n} (x-3)^n$ converge.
- b) Sean $g(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n 6^n} (x-3)^n$ y $f: (-1, 5) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = g(2x-1)$.
Calcular $f^{(n)}(2)$ para todo n y el desarrollo de f en series de potencias en $x_0 = 2$.

Justificar todas las respuestas