

Nombre y Apellido: .....

Libreta: ..... Carrera: ..... Turno (M|T|N): .....

ANÁLISIS I — RECUPERATORIO 1 DEL PRIMER PARCIAL  
SEGUNDO CUATRIMESTRE DE 2005 – 14/12/05

1	2	3	4

1. Probar que el polinomio  $x^3 - x - 1$  tiene exactamente una raíz real.

2. Hallar los valores de  $a \in \mathbb{R}$  para los cuales

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{6^{n+1}}{a^{2n-1}} = \frac{36}{5}.$$

3. a) Probar que la ecuación  $\cos(x) = x^2$  tiene exactamente dos soluciones reales.

b) Usando el polinomio de Taylor de grado 2, calcular aproximadamente dichas soluciones.

4. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(x)}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0, \end{cases}$$

probar que  $f$  es continua, derivable y con derivada continua en todo  $x \in \mathbb{R}$ .

**Justificar todas las respuestas**

Nombre y Apellido: .....

Libreta: ..... Carrera: ..... Turno (M|T|N): .....

ANÁLISIS I — RECUPERATORIO 1 DEL SEGUNDO PARCIAL  
SEGUNDO CUATRIMESTRE DE 2005 – 14/12/05

1	2	3	4

1. Sea  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x+2)^5 - (y-1)^3}{(x+2)^2 + (y-1)^2} & \text{si } (x, y) \neq (-2, 1) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (-2, 1) \end{cases}$$

Estudiar la continuidad y la diferenciabilidad de  $f$  en  $(-2, 1)$ .

2. Sea  $f$  diferenciable en  $\mathbb{R}^2$  cuyo plano tangente en  $(-1, 2)$  es  $z = 4 + 2(x + 1) - 3(y - 2)$ .

Sea  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $g(u, v) = (2u^2 - v^2, u - 2uv + 4v)$ . Hallar la ecuación del plano tangente al gráfico de  $f \circ g$  para  $(u, v) = (2, 3)$ .

3. Encontrar todos los  $x \in \mathbb{R}$  tales que la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\sqrt{n}}}{5^n} (x - 1)^n$$

converge.

Sea  $f$  la función definida por la serie anterior en el intervalo de convergencia. Hallar  $f''(1)$ .

4. Sea  $f(x, y) = e^{(x+1)^2 + y^2}$ .

- Hallar los puntos críticos de  $f$  y clasificarlos. Decidir, si es posible, si se trata de extremos absolutos.
- Determinar extremos absolutos de  $f$  restringida a la región

$$D = \begin{cases} x^2 + (y - 3)^2 \leq 40 \\ y \geq 1 \end{cases}$$

**Justificar todas las respuestas**