

---

**ANÁLISIS 1**  
**Primer Cuatrimestre — 2006**  
**Primer Recuperatorio**

---

APPELLIDO Y NOMBRE: .....  
COMISIÓN: ..... L.U.: ..... PÁGINAS: .....

---

1
2
3
4
5

1. Determine todos los valores de  $a, b \in \mathbb{R}$  para los cuales:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{b}{x-a} \ln \frac{3}{x^2-1} = 4.$$

2. Sea  $\alpha \in \mathbb{R}$  y sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} \sin \alpha x, & \text{si } x \leq 0; \\ 3x + x^2 \sin \frac{1}{x}, & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

- a) Mostrar que  $f$  es continua cualquiera sea  $\alpha$ .  
b) Mostrar que existe exactamente un valor de  $\alpha$  para el cual  $f$  resulta derivable.

3. Sea  $f(x) = \cos x - \sin 2x$ . Calcular  $f(\frac{1}{10})$  con error menor que  $10^{-3}$ .

4. Encontrar todos los valores de  $a \in \mathbb{R}$  para los cuales converge la siguiente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^n a}{n}.$$

5. Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continua tal que  $f(x) > 0$  para todo  $x$  y tal que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0.$$

Probar que existe  $x_0 \in \mathbb{R}$  tal que  $f(x) \leq f(x_0)$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ .