Análisis 1
Primer Cuatrimestre — 2006
Primer parcial

1	
2	
3	
4	
5	

Apellido y nombre: ....

Comisión: .... L.U.: .... Páginas: ....

1. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función continua y acotada. Mostrar que existe $x_0 \in \mathbb{R}$ tal que $f(x_0) = x_0$.

2. Determine $\sqrt[3]{7}$ con error menor que 10^{-3}.

3. Analizar la convergencia absoluta y condicional de la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \tan \frac{1}{n\sqrt{n}}.$$

4. Sea $\alpha \in \mathbb{R}$ y sea $f : (-\pi, \pi) \to \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x, & \text{si } -\pi < x \leq 0; \\ \dfrac{e^x + e^{-x} - 2}{\sin x}, & \text{si } 0 < x < \pi. \end{cases}$$

a) Mostrar que f es continua cualquiera sea α.

b) Mostrar que existe exactamente un valor de α para el cual f resulta derivable.

5. Para cada $n \in \mathbb{N}$, consideramos la ecuación

$$\frac{x^3}{n} + x = 1.$$

a) Muestre que para cada $n \in \mathbb{N}$ existe exactamente una raiz a_n para esta ecuación.

b) Muestre que la sucesión $(a_n)_{n \geq 1}$ es creciente y acotada.

c) Determine $\lim\limits_{n \to +\infty} a_n$.